# Orientierungsaufgaben für die

# ABITURPRÜFUNG
## ab 2024

Im Auftrag des TMBJS erarbeitet von den
Fachberaterinnen und Fachberatern Mathematik Gymnasium.

# MATHEMATIK
## mit erhöhtem Anforderungsniveau

## Prüfungsteil A

### Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und -teilnehmer

Der Prüfungsteil A enthält Aufgaben aus allen Lernbereichen. Lösen Sie insgesamt **sechs** der zehn Aufgaben (je 5 BE). Beachten Sie Pflicht und Wahl.

Jeder Prüfling entscheidet selbst über den Zeitpunkt, zu dem er die Bearbeitung zum Prüfungsteil A abgibt und die Hilfsmittel erhält. Dieser Zeitpunkt liegt innerhalb der ersten 100 Minuten nach Prüfungsbeginn.

Zur Bearbeitung der Aufgaben dieses Prüfungsteils dürfen außer Zeichengeräten **keine** weiteren Hilfsmittel verwendet werden.

Tragen Sie sowohl die Lösungen als auch den Rechenweg sowie Entscheidungen und Begründungen auf den Arbeitsblättern ein. Falls der dazu vorgesehene Platz bei den einzelnen Aufgaben nicht ausreicht, nutzen Sie zusätzliches Papier.

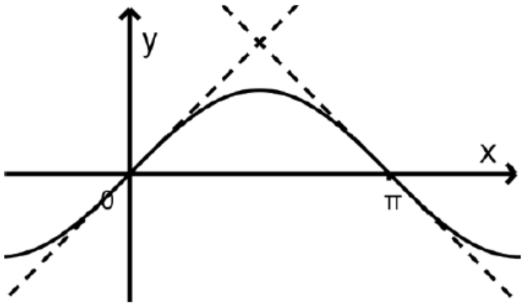
Neben jeder Teilaufgabe steht die für diese Teilaufgabe maximal erreichbare Anzahl von Bewertungseinheiten (BE).
Die maximale Anzahl aller Bewertungseinheiten beträgt 30 BE.

Name des Prüfungsteilnehmers: ________________________________

## Pflicht

Lösen Sie die folgenden **vier** Aufgaben.

1 Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $f\colon x \longmapsto \sin x$. Die Abbildung zeigt den Graphen $G_f$ von f sowie die Tangente an $G_f$ in den dargestellten Schnittpunkten mit der x-Achse.



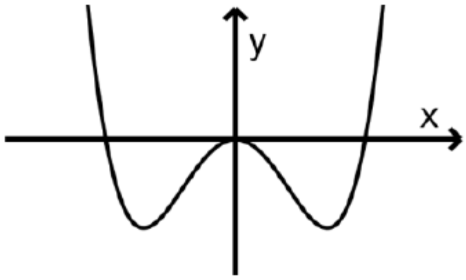

a) Zeigen Sie, dass diejenige der beiden Tangenten, die durch den Koordinatenursprung verläuft, die Steigung 1 hat.

/1 BE

b) Berechnen Sie den Inhalt des Flächenstücks, das von $G_f$ und den beiden Tangenten eingeschlossen wird.

/4 BE

2 Gegeben ist eine in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit $f(x) = x^4 - k \cdot x^2$, wobei k eine positive reelle Zahl ist. Die Abbildung zeigt den Graphen von f.



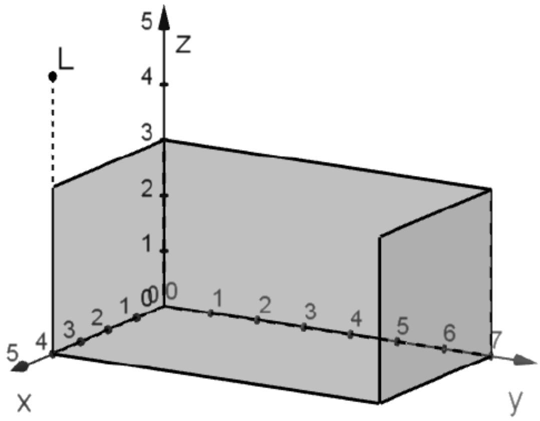

a) Zeigen Sie, dass $f'(x) = 2x \cdot (2x^2 - k)$ eine Gleichung der ersten Ableitungsfunktion von f ist.

/1 BE

b) Die beiden Tiefpunkte des Graphen von f haben jeweils die y-Koordinate -1. Ermitteln Sie den Wert von k.

/4 BE

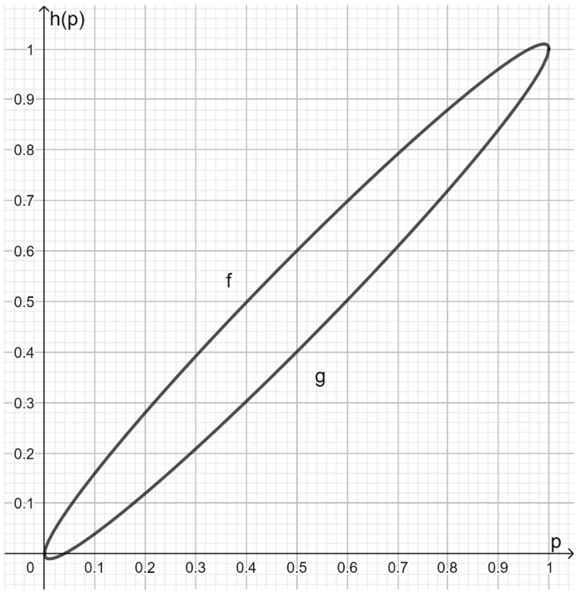
3 Die Abbildung zeigt in einem Koordinatensystem modellhaft eine 7 m breite Theaterkulisse. Die linke Seitenwand liegt im Modell in der xz-Ebene, die rechte Seitenwand ist dazu parallel. Ein auf der Bühne stehender Gegenstand wird von einer Lampe beleuchtet. Die Lampe wird im Modell durch den Punkt L $(4|0|5)$ dargestellt, die Spitze des Gegenstands durch den Punkt S $(1|6|2)$.




Untersuchen Sie rechnerisch, ob der Schatten der Spitze auf der rechten Seitenwand liegt.

/5 BE

4 Das Diagramm gehört zum Stichprobenumfang $n = 100$ für eine 95 %-Sicherheitswahrscheinlichkeit.




a) Zeichnen Sie in diese Abbildung das Prognoseintervall für $p = 0{,}5$ ein. Vergleichen Sie die Längen der Konfidenzintervalle für $h = 0{,}4$ und $h = 0{,}9$.

/2 BE

b) Geben Sie für einen der beiden Funktionsgraphen einen Term an.

/1 BE

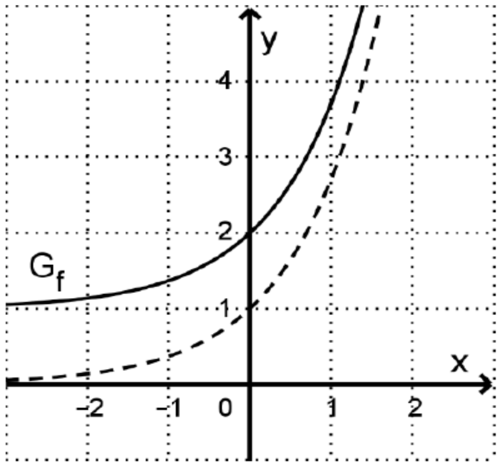
c) Ermitteln Sie das 95 %-Prognoseintervall für die relative Häufigkeit $p = 0{,}5$ bei einem Stichprobenumfang von $n = 400$.

/2 BE

## Wahl

Lösen Sie **zwei** der sechs folgenden Aufgaben.

5 Die Abbildung zeigt den Graphen $G_f$ einer in $\mathbb{R}$ definierten Funktion f sowie den Graphen der ersten Ableitungsfunktion von f.




a) Geben Sie die Steigung der Tangente an $G_f$ im Punkt $(0|f(0))$ an.

/1 BE

b) Betrachtet wird die Schar der Funktionen $g_c$ mit $c \in \mathbb{R}^+$. Der Graph von $g_c$ geht aus $G_f$ durch Streckung mit dem Faktor c in y-Richtung hervor. Die Tangente an den Graphen von $g_c$ im Punkt $(0|\ g_c(0))$ schneidet die x-Achse. Bestimmen Sie rechnerisch die x-Koordinate des Schnittpunkts.

/4 BE

6 Für jeden Wert von $a \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$ ist eine Funktion $f_a$ gegeben mit $f_a(x) = a \cdot (x-2)^3$ und $x \in \mathbb{R}$.

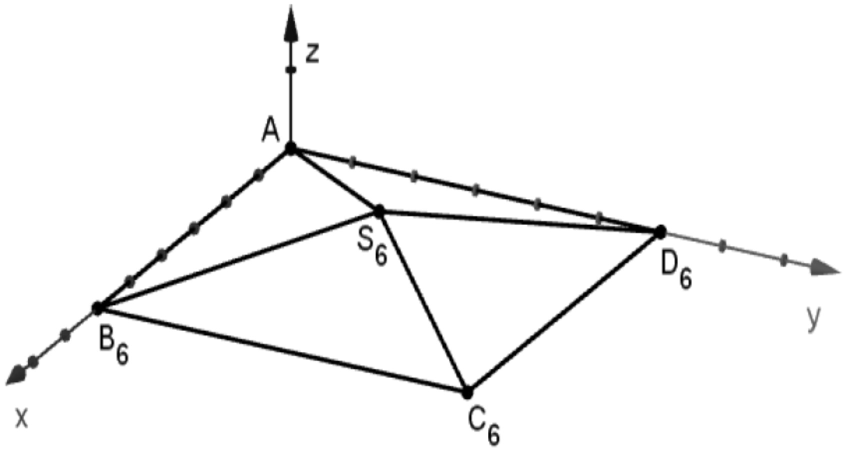
a) Zeigen Sie, dass die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion F mit $F(x) = \frac{1}{2} \cdot (x-2)^4 + 3$ eine Stammfunktion von $f_2$ ist.

/1 BE

b) Untersuchen Sie mithilfe von Skizzen, für welche Werte von a sich unter den Stammfunktionen von $f_a$ solche befinden, die nur negative Funktionswerte haben.

/4 BE

7 In einem Koordinatensystem werden die geraden Pyramiden $AB_tC_tD_tS_t$ mit $A(0|0|0), B_t(t|0|0), C_t(t|t|0), D_t(0|t|0)$ und $t \in \mathbb{R}^+$ betrachtet; die Punkte $S_t$ haben jeweils die z-Koordinate $\frac{t}{8}$. Die Abbildung zeigt die Pyramide für t = 6.




Die Ebene E: 3y +4z = 24 enthält den Punkt $S_t$ für t = 12.

a) Begründen Sie, dass E parallel zur x-Achse verläuft.

/1 BE

b) Untersuchen Sie, für welche Werte von t die Pyramide und die Ebene E gemeinsame Punkte haben.

/4 BE

8 Gegeben sind die Punkte $A(0|0|0), B(3|4|1), C(1|7|3)$ und $D(-2|3|2)$.

a) Weisen Sie nach, dass das Viereck ABCD ein Parallelogramm ist.

/1 BE

b) Der Punkt T liegt auf der Strecke $\overline{AC}$. Das Dreieck ABT hat bei B einen rechten Winkel.
Ermitteln Sie das Verhältnis der Länge der Strecke $\overline{AT}$ zur Länge der Strecke $\overline{CT}$.

/4 BE

9 In einem Behälter befinden sich Kugeln, von denen jede dritte gelb ist.

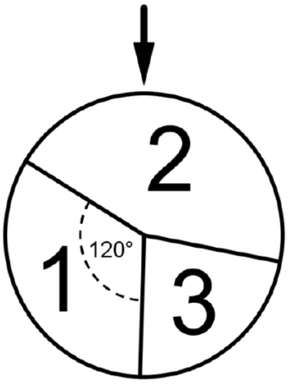
a) Aus dem Behälter wird zweimal nacheinander jeweils eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beide Kugeln gelb sind.

/1 BE

b) Im Behälter werden zwei gelbe Kugeln durch zwei blaue Kugeln ersetzt. Anschließend wird aus dem Behälter erneut zweimal nacheinander jeweils eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beide Kugeln gelb sind, beträgt nun $\frac{1}{16}$.
Ermitteln Sie, wie viele gelbe Kugeln sich nach den beschriebenen Vorgängen im Behälter befinden.

/4 BE

10 Für ein Spiel wird ein Glücksrad verwendet. Die Abbildung zeigt dieses Glücksrad schematisch. Die Wahrscheinlichkeit dafür, bei einmaligem Drehen die Zahl 2 zu erzielen, wird mit p bezeichnet.




Bei dem Spiel bezahlt jeder Spieler zunächst einen Einsatz von 1 Euro. Anschließend dreht er das Glücksrad zweimal. Erzielt er dabei zwei Zahlen, deren Summe mindestens 5 ist, wird ihm der Wert der Summe als Betrag in Euro ausgezahlt; ansonsten erfolgt keine Auszahlung. Wird das Spiel wiederholt durchgeführt, so ist zu erwarten, dass sich auf lange Sicht die Einsätze der Spieler und die Auszahlungen ausgleichen.

Leiten Sie unter Verwendung der beschriebenen Spielregeln eine Gleichung her, mit der der Wert von p berechnet werden könnte; erläutern Sie dabei ihr Vorgehen.

/5 BE