

Impulsbeispiel

Mathematik – Umkehrzahlen – Klassenstufe 3

Impulsbeispiel für die Lehrplanimplementation

Lernbereich Arithmetik – mit Zahlen und Symbolen umgehen

Hinweis:

Mit dem nachfolgenden Beispiel soll aufgezeigt werden, wie Schüler **selbstständig mathematische Muster entdecken** können. Dazu werden Aufgabenfolgen entwickelt, gezielt untersucht, geordnet und beschrieben. Das erfolgt in verschiedenen sozialen Lernformen (Einzel-, Partner- und Gruppenarbeit).

Mit diesem Beispiel wird zugleich ein Beitrag zur Entwicklung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen geleistet, insbesondere zum **Problemlösen und Argumentieren**.

Thema/Schwerpunkt: Entdecken mathematischer Muster beim Subtrahieren zweistelliger Umkehrzahlen

Klassenstufe: 3

Lehrplanbezug:

Lehrplan für die Grundschule, Mathematik, S. 5, 6, 12, 14

Ziele der Kompetenzentwicklung:

Sachkompetenz

Der Schüler kann

- Aufgaben der Addition und Subtraktion mündlich oder halbschriftlich mit individueller Notation lösen,
- Aufgabenfolgen mit arithmetischen Mustern/ Zusammenhängen
 - selbst entwickeln,
 - systematisch verändern,
 - die Muster/ Regeln beschreiben und begründen.

Methodenkompetenz

Der Schüler kann

- arithmetische Aufgabenstellungen sachgerecht analysieren,
- Arbeitsschritte und Lösungsstrategien planen und umsetzen,
- Ergebnisse und Lösungswege beim Bearbeiten mathematischer Inhalte angemessen darstellen.

Selbst- und Sozialkompetenz

Der Schüler kann

- sich zielstrebig Arbeits- und Verhaltensziele setzen und diese ausdauernd erfüllen,
- mathematische Aufgaben in kooperativen Arbeitsformen lösen und Verantwortung für den gemeinsamen Arbeitsprozess übernehmen.

Impulsbeispiel

Mathematik – Umkehrzahlen – Klassenstufe 3

Impulsbeispiel für die Lehrplanimplementation

Lernausgangslage:

- im Zahlenraum bis 100 addieren und subtrahieren,
- mathematische Entdeckungen versprachlichen und verschriftlichen,
- Zahlbeziehungen auf der Hundertertafel erkennen und darstellen.

Hinweise zur Vorbereitung (für den Lehrer):

Bei der Subtraktion zweistelliger Umkehrzahlen (wie 85 minus 58) erhält man eine Differenz, die stets ein Vielfaches von 9 ist. Dies kann den Schülern gezeigt werden, indem man solche Paare auf der Hundertertafel sichtbar macht. Die Ergebniszahlen liegen jeweils diagonal von rechts oben nach links unten (bzw. umgekehrt).

Da sich die Zahlen auf solchen „Diagonalen“ um jeweils 9 verändern, muss das Ergebnis ein Vielfaches von 9 sein. Der Unterschied der beiden Zehnerzahlen gibt dabei jeweils an, wie viele Felder man überbrücken muss (z.B. 85 minus 58: Differenz der Zehner ist gleich 3, also ist die Differenz 27 (weil $3 \cdot 9 = 27$)).

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

Auch bei drei- und vierstelligen Zahlen kann man analoge Untersuchungen vornehmen, die zu entsprechenden Ergebnissen führen.

Weiterführende Literatur:

„Mit Bildungsstandards arbeiten in den Fächern Deutsch und Mathematik der Grundschule“; Thüringer Institut für Lehrerfortbildung, Lehrplanentwicklung und Medien; Heft 50, 2008; S. 65 ff.

Impulsbeispiel

Mathematik – Umkehrzahlen – Klassenstufe 3

Impulsbeispiel für die Lehrplanimplementation

Methodisch-didaktische Hinweise – Wirklichkeitsbezug – Vorgehen:

I. Sichern der Lernausgangslage

Tägliche Übung zum Addieren und Subtrahieren

II. Schaffen einer herausfordernden Situation

Nachdem der Lehrer die Schüler zum Forschen mit Umkehrzahlen motiviert hat, demonstriert er die Bearbeitungsvorschrift für das Bilden von Subtraktionsaufgaben mit Umkehrzahlen (siehe Aufgabe 1) und erteilt die Aufgabenstellungen.

| <i>Aufgaben</i> | <i>Erwartungshorizonte</i> |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. Wähle zwei Ziffernkarten aus und lege damit die größtmögliche Zahl. Vertausche dann die Ziffern und bilde eine neue Zahl. Subtrahiere diese Zahl von der ersten. | Es entstehen: <ul style="list-style-type: none">- Paare zweistelliger Zahlen (Zahl, ihre Umkehrzahl), wie (61 und 16) und (85 und 58), die subtrahiert werden: $61 - 16$, $85 - 58$. |
| 2. Bilde so weitere Aufgaben und löse sie. | Schüler lösen Subtraktionsaufgaben <ul style="list-style-type: none">- mit individuellem Lösungsweg,- in unterschiedlicher Anzahl. |
| 3. Schreibe auf, was dir an den Ergebniszahlen auffällt. | (Siehe unten.) |

III. Zusammenführen der Schülerergebnisse

Ziel des Zusammentragens der Entdeckungen im Klassengespräch ist es, das Muster zu erkennen.

| <i>Aufgaben</i> | <i>Erwartungshorizonte</i> |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4. Sprich darüber, was dir an den Ergebnissen der Subtraktionsaufgaben mit Umkehrzahlen aufgefallen ist. | Verschiedene Aussagen zu den Entdeckungen, z.B.: <ul style="list-style-type: none">- unterschiedliche Größe der Ergebnisse,- Ergebnisse kommen immer wieder vor, wie 45, 18, 63, ...,- Ergebnisse sind Zahlen der 9er Reihe. |

IV. Begründung des erkannten Musters

An der Hundertertafel wird in Partnerarbeit erkannt, dass jede so gefundene Differenz ein Vielfaches von 9 ist. Die Besprechung und Begründung erfolgt im anschließenden Klassengespräch.

Impulsbeispiel

Mathematik – Umkehrzahlen – Klassenstufe 3

Impulsbeispiel für die Lehrplanimplementation

| <i>Aufgaben</i> | <i>Erwartungshorizonte</i> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>5. Arbeite mit deinem Partner. Färbt die Zahlenpaare jeder Aufgabe in der Hundertertafel mit einer anderen Farbe ein.</p> <p>6. Beschreibt die Anordnung der beiden Zahlen einer Aufgabe auf der Hundertertafel.</p> <p>7. Folge einer Zahl zu ihrer Umkehrzahl und überlege, welche Bedeutung die Zahl 9 dabei hat.</p> | <p>Es werden unterschiedliche Aussagen zur Lage einer Zahl und ihrer Umkehrzahl auf der Hundertertafel formuliert, z.B. von der kleineren zur größeren Zahl kommt man durch eine Läuferbewegung wie</p> <ul style="list-style-type: none"> - schräg nach links unten, - von rechts oben schräg nach links unten, - diagonal von rechts oben nach links unten, - diagonal von links unten nach rechts oben. <p>Die Schüler erkennen, dass sich auf solchen Diagonalen benachbarte Zahlen um 9 unterscheiden. Daher ist jede errechnete Differenz ein Vielfaches von 9.</p> |
| <p>V. Entdecken und Begründen eines weiteren Musters In Gruppenarbeit wird der Zusammenhang zwischen der Differenz der Zehnerzahlen einer Aufgabe und ihrem Ergebnis entdeckt. Der Zusammenhang wird von den Gruppen präsentiert.</p> | |
| <i>Aufgaben</i> | <i>Erwartungshorizonte</i> |
| <p>Gruppenauftrag:</p> <p>8. Findet zu jede Ergebniszahl möglichst viele Subtraktionsaufgaben aus Zahl und ihrer Umkehrzahl. Schreibt sie auf. (Jede Gruppe erhält einen großen Papierbogen (z.B. eine Tapetenrolle), worauf die Vielfachen von 9 als mögliche Ergebniszahlen geordnet vorgegeben sind.)</p> <p>9. Untersucht mehrere Aufgaben mit ein und derselben Ergebniszahl. Vergleicht die Differenz der Zehner von Minuend und Subtrahend. Stellt eine Beziehung zur Ergebniszahl her. Was stellt ihr fest?</p> <p>10. Untersucht mehrere Aufgaben, zu einer weiteren Ergebniszahl genau so.</p> <p>11. Stellt eure Entdeckung der Klasse vor.</p> | <p>Jeder Schüler der Gruppe bildet, schreibt und löst Umkehrzahlaufgaben. Die Schüler entscheiden beim Lösen individuell über ihren Lösungsweg, die Aufgabenanzahl und notwendige Lösungshilfen. Die Schüler kommunizieren in der Gruppe über ihr Vorgehen. Mathematische Beziehungen werden beschrieben, miteinander verglichen und bewertet, wie</p> <p style="text-align: center;">52 – 25 41 – 14 63 – 36</p> <p>Differenz der Zehner: 3 Ergebniszahl: 27 Beziehung: 3 • 9 = 27</p> <p style="text-align: center;">81 – 18 92 – 29</p> <p>Differenz der Zehner: 7 Ergebniszahl: 63 Beziehung: 7 • 9 = 63</p> |

Impulsbeispiel

Mathematik – Umkehrzahlen – Klassenstufe 3

Impulsbeispiel für die Lehrplanimplementation

Aussagen zur individuellen Förderung/Differenzierung:

Binnendifferenzierung

Die Aufgabenstellungen der Stunde ermöglichen durch natürliche Differenzierung und soziales Lernens sowohl Aufgaben in unterschiedlicher Anzahl als auch heterogene Aussagen zu den Entdeckungen der mathematischen Muster. Auf dieser Basis können die Schüler zu verschiedenen Ergebniszahlen durch systematisches Verändern der gewählten Ziffern Aufgaben bilden und aufschreiben und ihr Verständnis des mathematischen Zusammenhangs vertiefen. Leistungsstärkere Schüler können die Aufgabenstellung auf drei- und vierstellige Zahlen übertragen.

Material für die Schüler:

- Ziffernkarten
- Hundertertafel
- Farbstifte
- Plakatmaterial

Leistungseinschätzung:

Folgende Kriterien werden bei der Leistungseinschätzung zugrunde gelegt und für die Schüler transparent gemacht:

1. Produktbezogene Kriterien
 - Welche und wie viele Aufgaben mit Umkehrzahlen werden gefunden und richtig gelöst?
 - Welche Entdeckungen werden formuliert?
2. Prozessbezogene Kriterien
 - In welcher Qualität werden die Entdeckungen versprachlicht?
 - Welche Lern- und Veranschaulichungsmittel werden genutzt?
 - Wie werden die vereinbarten Regeln für die Gruppenarbeitsphase eingehalten?
3. Präsentationsbezogene Kriterien
 - In welcher Qualität werden die Gruppenergebnisse vorgestellt (wie Verständlichkeit, Nutzung der Fachsprache)?

Zur individuellen Leistungseinschätzung sind die o. g. Kriterien auf den einzelnen Schüler zu beziehen.