

Weitere Aufgaben
Mathematik (BLF, Abitur)
Hinweise und Beispiele zu hilfsmittelfreien Aufgaben

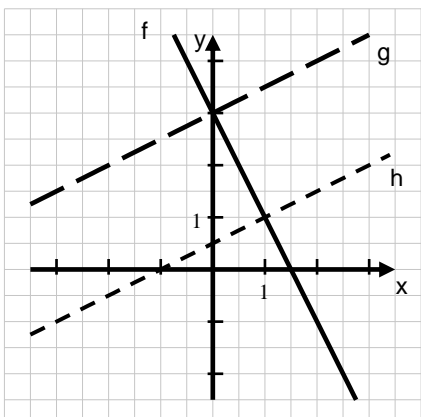
3 C – Weitere Aufgaben

Aufgabe C 1

Gegeben ist eine Funktion f durch $f(x) = -2x + 3$. Gesucht sind lineare Funktionen, deren Graphen zum Graphen von f senkrecht verlaufen.

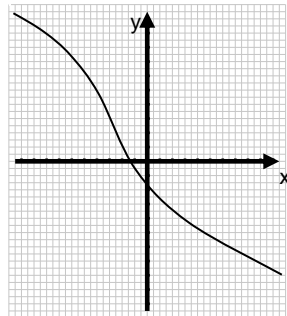
a) Geben Sie zwei Gleichungen von verschiedenen Funktionen an, die diese Bedingung erfüllen.

b) Stellen Sie Ihre Lösung graphisch dar.

C 1	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
1.a)	z. B. $g(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ $h(x) = \frac{1}{2}x + 3$		K2 K5	
1.b)		K4		

Aufgabe C 2

Skizzieren Sie den Graphen einer streng monoton fallenden Funktion mit einer Nullstelle und einer Wendestelle.

C 2	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
2.	z. B.: 	K4		

Aufgabe C 3

Gegeben ist eine Funktion f mit $f(3) = 0$, $f'(3) = 0$ und $f''(3) = 2$.

Formulieren Sie zwei Eigenschaften der Funktion f , die aus den gegebenen Angaben geschlussfolgert werden können.

C 3	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
3.	z. B. Die Funktion f hat bei $x = 3$ eine Nullstelle. Die Funktion f hat bei $x = 3$ einen lokalen Tiefpunkt.		K6 K2	

Aufgabe C 4

Gegeben ist eine ganzrationale Funktion f mit dem Wendepunkt $W(2/f(2))$.

Geben Sie die Aussagen an, die in jedem Fall zutreffend sind.

(I) $f'(2) = 0$

(II) $f''(2) = 0$

(III) $f'''(2) = 0$

(IV) Die Funktionswerte von f'' haben bei $x = 2$ einen Vorzeichenwechsel.

C 4	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
4.	(II) (IV)	K1 K5		

Aufgabe C 5

Gegeben ist für $x \in \mathbb{R}$ eine stetige und differenzierbare Funktion f mit den Eigenschaften:

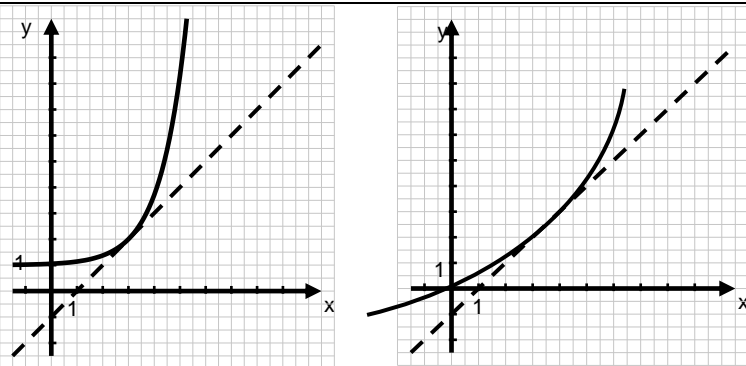
- f ist im gesamten Definitionsbereich streng monoton wachsend.

- f hat keinen Wendepunkt.

- $f(3) = 2$ und $f'(3) = 1$

a) Skizzieren Sie einen möglichen Graphen.

b) Geben Sie die Anzahl der möglichen Nullstellen von f an.

C 5	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
5.a)			K6 K4	
5.b)	keine	eine Nullstelle	K2	

Aufgabe C 6

Aus einem rechteckigen Blatt Papier (Länge 20 cm, Breite 12 cm) kann auf zwei verschiedene Arten der Mantel eines Zylinders hergestellt werden. Peter behauptet: „Weil die Flächeninhalte der Mantelflächen gleich sind, sind auch die Volumina der entstehenden Zylinder gleich.“

Hat Peter recht? Begründen Sie Ihre Entscheidung.

(Hinweis: Die Herstellung des Zylindermantels soll ohne Überlappung erfolgen.)

C 6	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
6.	Peter hat nicht recht. $V_1 = \pi \cdot \left(\frac{10}{\pi} \text{ cm}\right)^2 \cdot 12 \text{ cm}$ $V_1 = \frac{1200}{\pi} \text{ cm}^3$ $V_2 = \pi \cdot \left(\frac{6}{\pi} \text{ cm}\right)^2 \cdot 20 \text{ cm}$ $V_2 = \frac{720}{\pi} \text{ cm}^3$ $V_1 \neq V_2$		K1 K2 K5	

Aufgabe C 7

Aus einem rechteckigen Blatt Papier (Länge a, Breite b) kann auf zwei verschiedene Arten der Mantel eines Zylinders hergestellt werden. Peter behauptet: „Weil die Flächeninhalte der Mantelflächen gleich sind, sind auch die Volumina der entstehenden Zylinder gleich.“

Hat Peter recht? Begründen Sie Ihre Entscheidung.

(Hinweis: Die Herstellung des Zylindermantels soll ohne Überlappung erfolgen.)

C 7	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
7.	Peter hat nicht recht. $r_1 = \frac{a}{2\pi}$ $r_2 = \frac{b}{2\pi}$ $V_1 = \pi \cdot \left(\frac{a}{2\pi}\right)^2 \cdot b$ $V_2 = \pi \cdot \left(\frac{b}{2\pi}\right)^2 \cdot a$ $V_1 = \frac{a^2 \cdot b}{4\pi}$ $V_2 = \frac{b^2 \cdot a}{4\pi}$ $V_1 = V_2 \text{ nur für } a = b, \text{ sonst } V_1 \neq V_2$		K1	K2 K5

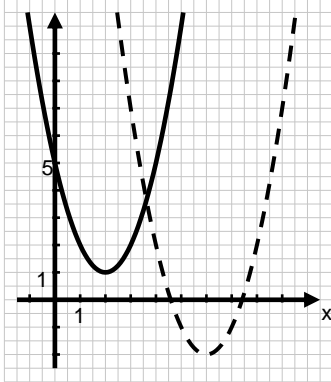
Aufgabe C 8

Gegeben ist die Funktion f durch $f(x) = (x - 2)^2 + 1$.

a) Zeichnen Sie den Graphen von f in einem geeigneten Intervall.

b) Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen von f an der Stelle 1.

c) Der Graph wird um $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ verschoben. Geben Sie die zugehörige Funktionsgleichung des neuen Graphen an.

C 8	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
8.a)		K4		
8.b)	$y = -2x + 4$		K2 K5	
8.c)	$f(x) = (x - 6)^2 - 2$		K4 K5	

Aufgabe C 9

Gegeben sind die Funktionen ($x \in \mathbb{R}$)

(I) $y = -2(1+x)$ (II) $y = 3 - 2x$ (III) $y = |x+3|$ (IV) $y = 3 + \frac{1}{2}x$ (V) $y = -\frac{1}{2}(-6 + 4x)$

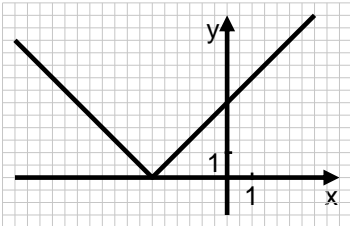
a) Geben Sie die Funktion an, die keine lineare Funktion ist.

b) Weisen Sie nach, dass zwei Funktionen identisch sind.

c) Begründen Sie, dass die Graphen von zwei Funktionen zueinander parallel verlaufen, aber nicht identisch sind.

d) Bestimmen Sie die Funktionen, die zueinander orthogonal sind.

e) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion (III) im Intervall $-5 \leq x \leq 1$.

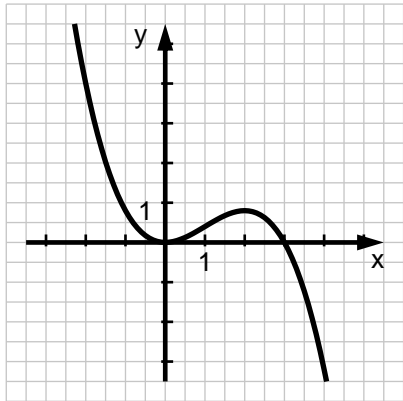
C 9	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
9.a)	(III)	K5		
9.b)	Nachweis, dass (II) und (V) identisch sind	K1 K5		
9.c)	Nachweis für (I) und (II) bzw. (V) gleicher Anstieg und unterschiedliches absolutes Glied		K1 K5	
9.d)	(I) und (II) bzw. (V) sind orthogonal zu (IV)	K2		
9.e)			K4	

Aufgabe C 10

Der Graph G_f einer ganzrationalen Funktion f dritten Grades hat folgende Eigenschaften.

- I. G_f hat im Ursprung einen lokalen Tiefpunkt.
- II. G_f schneidet die x -Achse im Punkt $P(3; 0)$.
- III. G_f und die x -Achse begrenzen im Intervall $[0; 3]$ eine im I. Quadranten liegende Fläche vollständig.

Skizzieren Sie einen möglichen Verlauf des Graphen von f .

C 10	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
10		K6	K4	

Aufgabe C 11

Der Graph G_f einer ganzrationalen Funktion f dritten Grades hat folgende Eigenschaften.

- (I) G_f hat im Ursprung einen lokalen Tiefpunkt.
- (II) G_f schneidet die x -Achse im Punkt $P(3; 0)$.
- (III) G_f und die x -Achse begrenzen im Intervall $[0; 3]$ eine im I. Quadranten liegende Fläche vollständig. Der Flächeninhalt dieser Fläche beträgt $A = \frac{9}{4}$ FE.

Begründen Sie, dass sich aus diesen Bedingungen folgender Ansatz für die Bestimmung der Funktion f ergibt:

- (1) $a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 0$
- (2) $3a \cdot 0^2 + 2b \cdot 0 + c = 0$
- (3) $27a + 9b + 3c + d = 0$
- (4) $\frac{81}{4}a + 9b + \frac{9}{2}c + 3d = \frac{9}{4}$

C 11	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
	Ansatz: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ Begründung: (1) $f(0) = 0$ (2) $f'(0) = 0$ (3) $f(3) = 0$ (4) $\int_0^3 f(x) dx = \frac{9}{4}$	K4	K1 K6	

Aufgabe C 12

Die Graphen einer Schar ganzrationaler Funktionen f_t dritten Grades mit dem Parameter t haben folgende Eigenschaften:

- (I) Die Graphen besitzen einen lokalen Tiefpunkt im Ursprung.
- (II) Jeder Graph schneidet die x -Achse im Punkt $P(t; 0)$ mit $t \in \mathbb{R}; t > 0$.
- (III) Jeder Graph und die x -Achse begrenzen im Intervall $[0; t]$ eine im I. Quadranten liegende Fläche vollständig.

Der Flächeninhalt dieser Fläche beträgt $A = \frac{t^2}{4}$ FE.

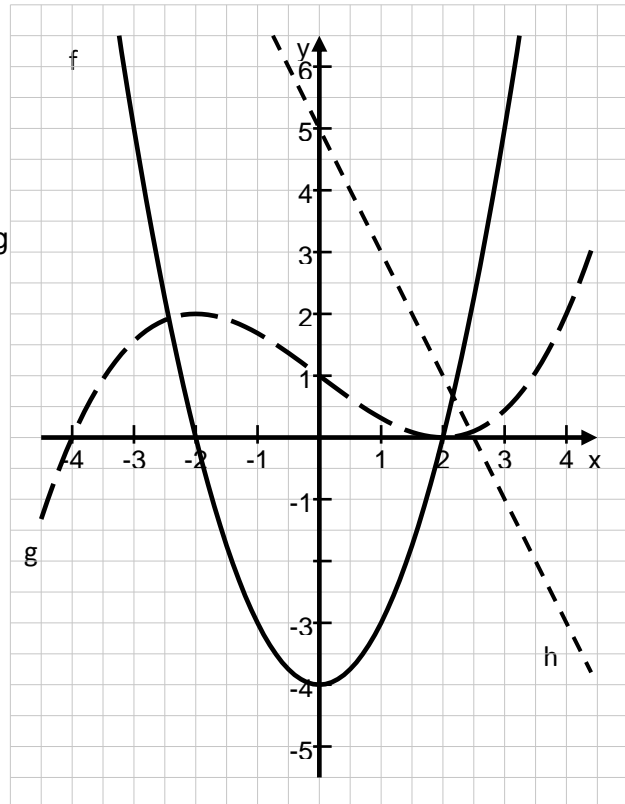
Stellen Sie einen Lösungsansatz zum Ermitteln der Gleichung dieser Funktionenschar auf. Hinweis: Die Angabe der Funktionsgleichung ist nicht erforderlich.

C 12	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
12	Ansatz: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ (1) $f(0) = 0$ (2) $f'(0) = 0$ (3) $f(t) = 0$ (4) $\int_0^t f(x) dx = \frac{t^2}{4}$	K5	K6 K1	

Aufgabe C 13

Bestimmen Sie anhand der gegebenen Graphen folgende Werte.

- $f(-2)$
- Nullstelle von h
- Monotonie von h
- Schnittpunkte des Graphen der Funktion g mit den Koordinatenachsen
- Hochpunkt des Graphen der Funktion g



C 13	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
13.a)	$f(-2) = 0$	K4 K5		
13.b)	$x_0 = 2,5$	K4 K5		
13.c)	streng monoton fallend	K4		
13.d)	$P_{x_1}(-4; 0)$, $P_{x_2}(2; 0)$, $P_y(0; 1)$	K4 K5		
13.e)	$H(-2; 2)$	K4 K5		

Aufgabe C 14

Geben Sie den Definitionsbereich und die Lösungsmenge an.

a) $\frac{2}{x-1} = \frac{5}{x+2}$

b) $|x-3|=2$

c) $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

C 14	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
14	a) $x \in \mathbb{R}, x \neq 1; -2$ $L = \{3\}$ b) $x \in \mathbb{R}$ $L = \{1; 5\}$ c) $x \in \mathbb{R}$ $L = \{0; 1\}$	K5		

Aufgabe C 15

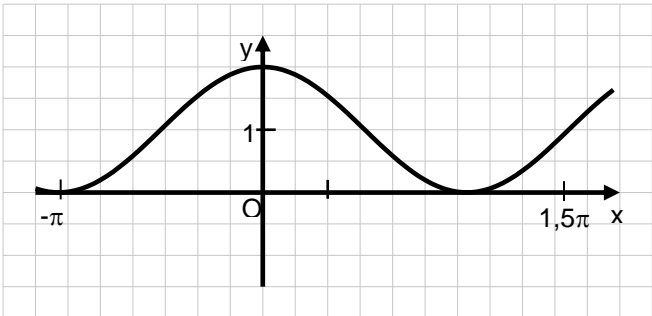
Gegeben ist ein Kreis mit einem Radius von 5 cm. Eine Sehne dieses Kreises ist 8 cm lang. Berechnen Sie den Abstand des Kreismittelpunktes von dieser Sehne.

C 15	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
15	Ansatz über Satz des Pythagoras $d = 3$ cm		K2 K5	

Aufgabe C 16a) Skizzieren Sie die Funktion $f(x) = \cos x + 1$ in ein Koordinatensystem im Intervall

$$-\pi \leq x \leq \frac{3}{2}\pi; x \in \mathbb{R}.$$

b) Ermitteln Sie den Wertebereich der Funktion $f(x)$.c) Geben Sie die Gleichung der Funktion $y = f(x) = \cos x + 1$ in der Form $y = \sin(x + c) + d$ an.

C 16	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
a)	graphische Darstellung: 	K4		
b)	Wertebereich: $0 \leq y \leq 2; y \in \mathbb{R}$	K2/K5		
c)	Funktionsgleichung: $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 1$		K4	

Aufgabe C 17

Der Erwartungswert der Zufallsgröße X mit folgender Wahrscheinlichkeitsverteilung beträgt 1,2.

$X = x_i$	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	0,2	p	0,3	q

Die Wahrscheinlichkeiten p und q sind gesucht. Geben Sie einen Lösungsansatz an.

C 17	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
17	I $p + q = 0,5$ II $p + 3q = 0,6$		K2 K5	

Aufgabe C 18

Die Punkte $A(1; 2; 0)$, $B(1; 1; 0)$ und $C(5; 1; 0)$ sind Eckpunkte der rechteckigen Grundfläche einer geraden Pyramide. Der Punkt S ist die Spitze der Pyramide. Die Höhe h beträgt 7 LE.

- Ermitteln Sie den Punkt D der Grundfläche.
- Geben Sie die Punkte an, die Spitze dieser Pyramide sein könnten.
 $S_1(2; -0,5; -1)$, $S_2(3; 1,5; -7)$, $S_3(-0,5; 2,5; 7)$, $S_4(3; 1,5; 7)$
- Berechnen Sie das Volumen der Pyramide.

C 18	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
18.a)	$D(5; 2; 0)$	K2 K5		
18.b)	S_2, S_4	K2 K5		
18.c)	$V = \frac{28}{3} \text{ VE}$		K5	

Aufgabe C 19

Geben Sie jeweils die Koordinaten eines Punktes in einem Koordinatensystem mit folgender Eigenschaft an:

- Der Punkt liegt in der y-z-Ebene.
- Der Punkt liegt auf der z-Achse.
- Der Punkt hat von der x-z-Ebene den Abstand 2 LE.

C 19	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
19.a), b), c)	jeweils einen Punkt angeben	K2 K5		

Aufgabe C 20

Gesucht ist die Lösungsmenge der Gleichung $2x^3 - 2x = 0$ ($G = \mathbb{R}$).

Bewerten Sie folgenden Lösungsweg.

$$\begin{array}{ll}
 2x^3 - 2x = 0 & | :2x \\
 x^2 - 1 = 0 & | +1 \\
 x^2 = 1 & \\
 L = \{-1; 1\} &
 \end{array}$$

C 20	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
20	Der Lösungsweg ist nicht korrekt. Mit dem ersten Umformungsschritt wäre eine Fallunterscheidung nötig, da die Division durch Null nicht erklärt. Die korrekte Lösung ist $L = \{-1; 0; 1\}$.		K1, K2	

Aufgabe C 21

Ein Sportschütze trifft erfahrungsgemäß mit einem Schuss das Ziel mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 %. Er feuert fünf Schüsse unter jeweils gleichen Bedingungen auf ein Ziel ab.

a) Interpretieren Sie in diesem Zusammenhang den Term $1 - \binom{5}{0} 0,9^0 \cdot 0,1^5$.

b) Geben Sie die Werte an, die dem Term von Aufgabe a) nicht entsprechen können. Begründen Sie.

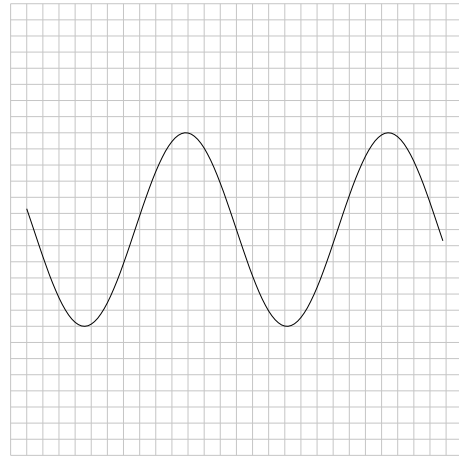
- 1) $p = 1,00235$ 2) $p = -0,00368$ 3) $p = 0,99999$ 4) $p = 0,00001$

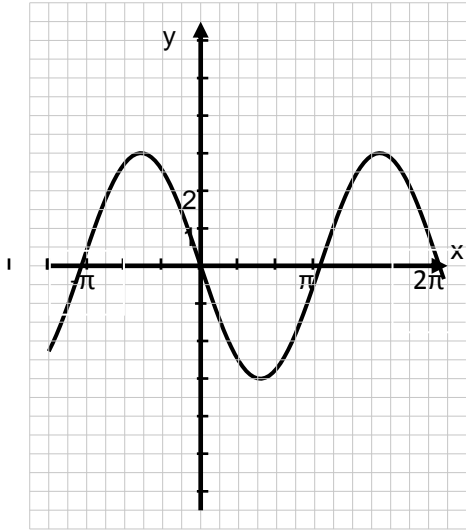
C 21	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
a)	mit dem Term wird die Wahrscheinlichkeit für mindestens einen Treffer berechnet (Binomialverteilung mit der Kettenlänge $n = 5$, Trefferwahrscheinlichkeit $p = 0,9$; Wahrscheinlichkeit für Fehlschuss $q = 0,1$)	K3, K4		K6
b)	(1) und (2) wegen $0 \leq p \leq 1$ (4) ist Wahrscheinlichkeit für „kein Treffer“	K1		

Aufgabe C 22

Gegeben ist der Graph der Funktion
 $f(x) = -3 \sin x$.

Zeichnen Sie ein Koordinatensystem ein und beschriften Sie die Achsen.



C 22	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
22	z. B.: 		K5	

Aufgabe C 23

Entscheiden Sie, ob folgende Aussage wahr ist. Begründen Sie Ihre Entscheidung.
 Jedes Parallelogramm ist ein Drachenviereck.

C 23	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
23	falsche Aussage Nur wenn die Diagonalen senkrecht aufeinander stehen, trifft es zu. Zeichnung möglich		K1 K6	

Aufgabe C 24

Entscheiden Sie, ob folgende Aussage wahr ist.

Begründen Sie Ihre Entscheidung.

Ein Rhombus (Raute) besitzt zwei stets gleich lange Diagonalen.

C 24	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
24	falsche Aussage, gilt nur für Spezialfall Quadrat Zeichnung möglich		K1 K6	

Aufgabe C 25

Für eine Ausstellungsvitrine soll aus 10 m langem Draht ein Kantenmodell eines Quaders mit quadratischer Grundfläche gefertigt werden. Die Höhe des Körpers sei dreimal so groß wie eine Grundkante. Berechnen Sie die Längen der Kanten des Quaders.

C 25	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
	a ... Länge einer der quadratischen Grundkanten c ... Länge der Höhe Ansatz: $8a + 4c = 10 \text{ m}$, $c = 3a$ Ergebnis: $a = 0,5 \text{ m}$; $a = 0,5 \text{ m}$ Die Grundkanten sind jeweils 0,5 m lang und die Höhe beträgt 1,5 m.		K3 K2	

Aufgabe C 26

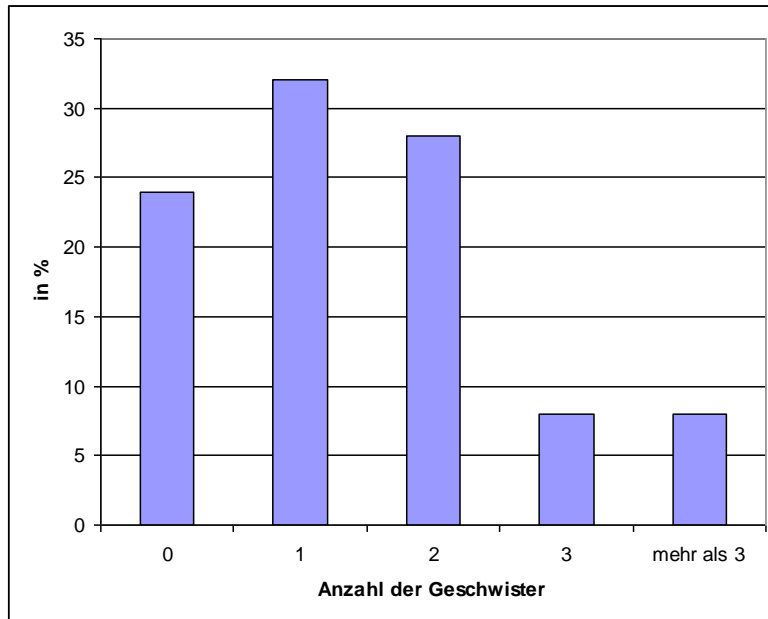
Gegeben ist ein Kreis. Sein Flächeninhalt wird verhundertfacht.

Erläutern Sie die Veränderung des zugehörigen Umfangs.

C 26	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
	Erläuterung, dass $u_1 = 10 \cdot u_0$	K2/K6		

Aufgabe C 27

Konrad hat zur Veranschaulichung der Anzahl der Geschwister seiner Mitschüler folgendes Diagramm erstellt.



Bewerten Sie anhand des Diagramms folgende Aussagen.

- Mindestens $\frac{1}{5}$ der Mitschüler sind Einzelkinder.
- Mehr als die Hälfte der Mitschüler haben mindestens zwei Geschwister.
- Die Anzahl der Kinder mit vier Geschwistern ist genauso groß wie die mit drei Geschwistern.
- Es gibt viermal so viel Schüler mit einem Geschwisterkind wie mit drei Geschwistern.
- Höchstens 70 % der Schüler haben Geschwister.
- Mehr als 30 % haben ein Haustier.

C 27	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
	jeweils Stellungnahme mit Begründung richtig: a) d) falsch: b), c), e) keine Aussage über Wahrheitsgehalt möglich: f)		K1 K4 K6	

Aufgabe C 28

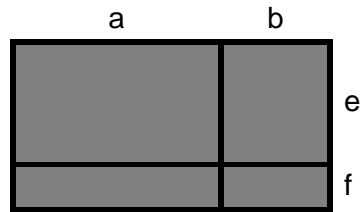
Ein Feld wird von acht Mähdreschern in sechs Stunden abgeerntet.

Berechnen Sie die Zeitersparnis, wenn 12 Mähdrescher im Einsatz sind.

C 28	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
	Zeitersparnis von 2 Stunden	K3		

Aufgabe C 29

Geben Sie zur Berechnung des Flächeninhalts der Figur zwei unterschiedliche Terme an und weisen Sie deren Gleichwertigkeit nach.



C 29	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
	z. B.: $(a+b)(e+f)$ und $a \cdot e + b \cdot e + a \cdot f + b \cdot f$ Nachweis, dass $(a+b)(e+f) = a \cdot e + b \cdot e + a \cdot f + b \cdot f$	K4	K2 K5	

Aufgabe C 30

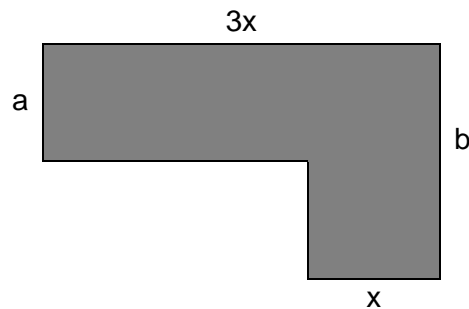
Beschreiben Sie die Fehler, die bei den Termumformungen gemacht wurden.

a) $(2x+4)(5x+7) = 10x^2 + 14x + 28$ b) $(a+b)(2a-4b) = 2a^2 - 4b^2$

C 30	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
a)	Der Term $20x$ fehlt.	K6/		
b)	Der Term $-2ab$ fehlt.	K4/		
		K5		

Aufgabe C 31

Geben Sie die Terme an, mit denen man den Flächeninhalt der Figur berechnen kann.



$$A = 3ax + (b-a)x$$

$$A = 3bx - 2x(b-a)$$

$$A = 3x(2a-b)$$

$$A = x(2a+b)$$

C 31	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
	I, II, IV	K5		

Aufgabe C 32

Vereinfachen Sie folgende Terme soweit wie möglich.

a) $\sqrt{98} \cdot \sqrt{2}$ b) $\sqrt{100x^2 + 21x^2}$ c) $\sqrt{3} \cdot (2 \cdot \sqrt{75} - 4\sqrt{12})$

C 32	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
a)	14	K4		
b)	11 x		K4	
c)	6		K4	

Aufgabe C 33

Ein PKW verbraucht etwa 8 Liter Benzin auf 100 km.
Berechnen Sie den Benzinverbrauch für 70 Kilometer.

C 33	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
	5,6 Liter	K3 K5		

Aufgabe C 34

Stellen Sie $f(x) = x^2$ für $x > 0$ und $g(x) = x^{\frac{1}{2}}$ graphisch dar. Beschreiben Sie den Zusammenhang beider Graphen.

C 34	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
	graphische Darstellung Beschreibung, dass der Graph von g durch Spiegelung des Graphen von f an der Winkelhalbierenden des I. Quadranten entsteht	K6	K4	

Aufgabe C 35

Ein idealer Würfel mit den Augenzahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 wird zweimal geworfen.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Summe der gewürfelten Augenzahl mindestens 10 beträgt.

C 35	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
	$p = \frac{6}{36}$	K3 K5		

Aufgabe C 36

In einem Geschäft werden gefüllte Glückswürfel verkauft. In jedem fünften Glückswürfel befindet sich eine Tierfigur. Julia kauft zwei dieser Würfel.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Julia mindestens eine Tierfigur erhält.

C 36	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
	$P(A) = 1 - 0,8^2 = 0,36$		K3 K5	

Aufgabe C 37

Bei der Herstellung von Kaffeebechern werden erfahrungsgemäß 70 % fehlerfrei glasiert. Man entnimmt der laufenden Produktion rein zufällig 10 Kaffeebecher.

a) Geben Sie einen Term für die Berechnung der Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A an.

A:= „Von den entnommenen Bechern ist nur der 7. defekt.“

b) Beschreiben Sie verbal ein Ereignis B, dessen Wahrscheinlichkeit durch

$$P(B) = \binom{10}{0} 0,7^{10} + \binom{10}{1} \cdot 0,7^9 \cdot 0,3^1 + \binom{10}{2} \cdot 0,7^8 \cdot 0,3^2 \text{ berechnet wird.}$$

C 37	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
a)	$P(A) = 0,3^1 \cdot 0,7^9$		K3/K5	
b)	B:= „Von den 10 entnommenen Bechern sind höchstens 2 defekt.“		K6	

Aufgabe C 38

Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ c \\ 4 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -c-4 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie c so, dass die Vektoren zueinander orthogonal sind.

C 38	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
	$c = -16$		K4	

Aufgabe C 39

Gegeben ist der Punkt $A(2; -3; 5)$. Der Punkt A_1 ist der Bildpunkt von A bei der Spiegelung an der x - z -Ebene.

- a) Beschreiben Sie die besondere Lage der Geraden, die durch die Punkte A und A_1 verläuft.
b) Geben Sie den Schnittpunkt der Geraden mit der x - z -Ebene an.

C 39	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
a)	Beschreibung, z. B.: Gerade ist parallel zur y -Achse	K6		
b)	$S(2;0;5)$	K2		

Aufgabe C 40

Untersuchen Sie die Vektoren \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} auf lineare Abhängigkeit. Interpretieren Sie das Ergebnis geometrisch.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

C 40	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
	z. B.: $2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} - 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 7 \end{pmatrix}$ und Interpretation		K2 K4	

Aufgabe C 41

Gegeben sind die Geraden g mit $\vec{x} = \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ($s \in \mathbb{R}$) und h mit $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ ($t \in \mathbb{R}$).

Entscheiden Sie, welche Aussage zutrifft.

- I Die Geraden verlaufen parallel.
- II Die Geraden schneiden sich senkrecht.
- III Die Geraden schneiden sich nicht senkrecht.
- IV Die Geraden verlaufen windschief.
- V Die Geraden sind identisch.

C 41	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
	III ist richtig	K2		

Aufgabe C 42

Zeigen Sie, dass die Punkte $H(2;1;-2)$, $S(3;2;-1)$ und $V(0;-1;6)$ ein Dreieck bilden.
Untersuchen Sie, ob das Dreieck rechtwinklig ist.

C 42	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
	Punktprobe Dreieck nicht rechtwinklig		K5	

Aufgabe C 43

Geben Sie den Term an, der dem unbestimmten Integral $\int \frac{1}{2x} dx$ entspricht.

A: $\ln|2x| + t$ B: $\frac{1}{2}\ln|2x| + t$ C: $\frac{1}{2}\ln|2x|$ D: $2 \cdot \ln|2x| + t$ ($t \in \mathbb{R}$)

C 43	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
	B: $\frac{1}{2}\ln 2x + t$	K5		

Aufgabe C 44

Begründen Sie, dass die Funktion f keine lokalen Extremwerte besitzen kann.

- a) $f(x) = 8x - 10$ b) $f(x) = e^{2x} + 3$
 c) $f(x) = (x - 5)^3$ d) $f(x) = -\ln(x + 1)$

C 44	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
	Begründung, z. B. über das Monotonieverhalten der Funktion f		K1	

Aufgabe C 45

Die Punkte $A(0;0;0)$, $B(4;5;0)$, $C(0;6;0)$, D und $S(2;3;6)$ sind Eckpunkte einer vierseitigen Pyramide.

- Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes D so, dass das Viereck $ABCD$ in dieser Reihenfolge ein Parallelogramm ergibt.
- Überprüfen Sie, ob dieses Parallelogramm ein Rhombus ist.
- Zeichnen Sie die Pyramide in ein Koordinatensystem.

C 45	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
a)	$D(-4;1;0)$	K2		
b)	Überprüfung mit der Entscheidung: kein Rhombus		K1/K5	
c)	Zeichnung	K4		

Aufgabe C 46

Gegeben sind die Punkte $A(7;3)$ und $B(-3;8)$. Der Punkt T teilt die Strecke \overline{AB} im Verhältnis 1:3.

- Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden, die durch die Punkte A und B verläuft.
- Geben Sie die Schnittpunkte der Geraden mit den Koordinatenachsen an.
- Ermitteln Sie die Koordinaten des Punktes T .

C 46	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
a)	$y = -0,5x + 6,5$		K5 K4	
b)	$S_x(13;0)$, $S_y(0;6,5)$	K5 K4		
c)	$T(4,5;4,25)$		K5 K4	

Aufgabe C 47

Die Punkte $A(5; 2;1)$, $B(4;1;3)$, $C(2;0;2)$ und $D(9;5;-2)$ sind die Eckpunkte eines ebenen Vierecks $ABCD$.

Geben Sie die Koordinaten des Diagonalschnittpunktes an.

C 47	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
	Angabe der Koordinaten des Punktes: $M(6,5; 3; \frac{1}{2})$		K5	

Aufgabe C 48

Gegeben sind die Punkte $A(1;5;-2)$, $B(3;-5;4)$ und $C(7;-25;a)$. Durch die Punkte A und B verläuft die Gerade g.

Bestimmen Sie den Parameter a so, dass der Punkt C auf g liegt.

C 48	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
	Für $t = 3$ ist $a = 16$		K2 K5	

Aufgabe C 49

Gegeben sind die Punkte $A(0;3;0)$, $B(0;0;3)$ und $C(0;3;3)$. Bestimmen Sie den Abstand des Punktes C von der Geraden g(AB).

C 49	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
	$a = \frac{3}{2}\sqrt{2}$		K2 K5	

Aufgabe C 50

Die Funktion f mit

a) $y = f(x) = ax^2 + b$

b) $y = f(x) = a \cdot e^x + b$

hat an der Stelle $x_0 = 1$ den Anstieg $\frac{1}{2}$ und den Funktionswert 2.

Ermitteln Sie die Werte für a und b.

C 50	Lösung	Kompetenzen		
		AB I	AB II	AB III
a)	$a = \frac{1}{4}; b = \frac{7}{4}$		K2 K5	
b)	$a = \frac{1}{2e}; b = \frac{3}{2}$		K2 K5	