Operatoren Mathematik

Operator	Beschreibung	Beispiel
analysieren	einen gegebenen Sachverhalt in seine Bestandteile zerlegen, seine wesentlichen Merkmale auf der Grundlage von Kriterien erfassen und ihre Beziehungen zueinander darstellen	Ma (17)
begründen	für einen gegebenen Sachverhalt einen folgerichtigen Zusammenhang zwischen Ursache(n) und Wirkung(en) herstellen	Ma (1) Ma (23c)
berechnen	ausschließlich rechnerische Generierung der Ergebnisse, wobei der Lösungsweg nachvollziehbar ist	Ma (2) Ma (23g)
beschreiben	Sachverhalte wie Objekte und Prozesse und Vorgehensweisen räumlich bzw. zeitlich geordnet darlegen	Ma (3) Ma (23i)
bestimmen, ermitteln	rechnerische, graphische oder inhaltliche Generierung eines Ergebnisses	Ma (4) Ma (23d, f, h)
beurteilen, bewerten	Sachverhalte bzw. Aussagen anhand geeigneter Kriterien unter Nutzung von Fachwissen bzw. Fachmethoden reflektieren, prüfen, an Wertkategorien messen und auf dieser Grundlage eine begründete Stellungnahme formulieren	Ma (18)
beweisen, zeigen, nachweisen,	mit Hilfe von sachlichen Argumenten durch logisches Herleiten eine Behauptung/Aussage belegen bzw. widerlegen	Ma (5)
darstellen, präsentieren	Sachverhalte, Zusammenhänge, Methoden, Ergebnis etc. strukturiert wiedergeben	Ma (6)
definieren	die Bedeutung eines Begriffs unter Abgrenzung zu benachbarten Begriffen und der Angabe unveränderlicher Merkmale bestimmen	Ma (7)
entscheiden	sich bei Alternativen eindeutig auf eine Möglichkeit festlegen	Ma (21)
erklären	Strukturen, Prozesse, Zusammenhänge usw. des Sachverhaltes erfassen und auf allgemeine Aussagen/Gesetze zurückführen	Ma (8)
erläutern	wesentliche Seiten eines Sachverhalts/Gegenstands/Vorgangs an Beispielen verständlich machen	Ma (19)
interpretieren	Sachverhalte/Zusammenhänge/Fakten oder Daten analysieren, sie deuten bzw. erklären	Ma (16)
klassifizieren, ordnen	Begriffe, Gegenstände etc. auf der Grundlage bestimmter Merkmale systematisch einteilen	Ma (9)
messen	Größen mit Hilfe geeigneter Messgeräte bestimmen	Ma (10)
nennen, angeben	Fakten/Sachverhalte, Begriffe ohne Erläuterung wiedergeben	Ma (11) Ma (23a,c,e,i)
protokollieren	den Ablauf und mögliche Zwischen- und Endergebnisse einer Handlung, eines Versuchs oder eines Vorgangs übersichtlich und gegliedert festhalten	Ma (20)
prüfen	Wahrheitsgehalt feststellen	Ma (22)
skizzieren	Sachverhalte, Objekte, Strukturen oder Ergebnisse auf das Wesentliche reduziert (vereinfacht) übersichtlich darstellen	Ma (12) Ma (23b)
untersuchen	Sachverhalte/Objekte erkunden, Merkmale und Zusammenhänge herausarbeiten	Ma (13) Ma (23a)
vergleichen	Gemeinsamkeiten und Unterschiede von Sachverhalten, Objekten, Lebewesen und Vorgängen auf der Basis festgelegter Kriterien feststellen	Ma (14)
zeichnen	eine exakte graphische Darstellung unter Verwendung von Zeichengeräten anfertigen	Ma (15)

Ma (1)
a) In einem Beutel befinden sich genau 3 gelbe und 4 blaue Murmeln. Aus ihm sollen ohne hineinzusehen Murmeln gezogen werden.
Paul, Tina und Rolf überlegen, wie viele Murmeln sie aus dem Beutel ziehen müssen, um ganz sicher von jeder Farbe mindestens eine Murmel zu haben.
Wer hat recht? Kreuze an und **begründe** deine Entscheidung.

☐ Paul sagt: „Es reichen zwei Murmeln."

☐ Tina sagt: „Es müssen mindestens fünf Murmeln sein."

☐ Rolf sagt: „Vier Murmeln reichen."

b) Vgl. BLF 2012 Wahlaufgabe 1, Aufgabe 3.

In einer Lostrommel befinden sich 6 Gewinnlose und 14 Nieten.
In der Lostrommel sind zum Schluss genau vier Lose. Darunter befindet sich ein Gewinnlos. Vier Kinder dürfen nacheinander je ein Los ziehen. Paul behauptet: „Das erste Kind hat eine höhere Gewinnchance als das vierte Kind."
Stimmt das? **Begründe** deine Entscheidung unter Nutzung eines geeigneten Baumdiagramms.

Ma (2)
a) Der Skilift in Ernstthal am Rennsteig überwindet einen Höhenunterschied von 113,6 m und hat eine Steigung von 22,4 %.
Berechne die Länge der Strecke, die man mit dem Lift zurücklegt.

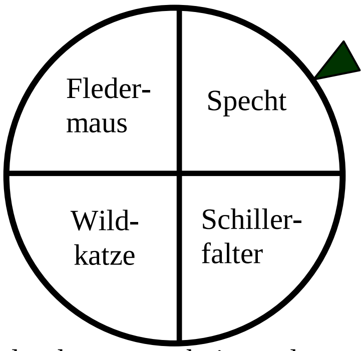
b) Gegeben ist die Funktion f durch $f(x) = 2x^3 - 12x^2 + 12tx + 1$.
Berechne lokale Extremstellen von f.

c) Vgl. BLF 2012 Pflichtaufgabe c)

Bei einem Besuch des Baumkronenpfades zahlen vier Erwachsene und drei Kinder 43,00 € Eintritt.
Sechs Erwachsene und fünf Kinder zahlen 66,00 € Eintritt.
Berechne den Eintrittspreis für einen Erwachsenen sowie für ein Kind.

d) Vgl. BLF 2012 Pflichtaufgabe d)

Auf dem Baumkronenpfad befinden sich die Plattformen Fledermaus, Specht, Wildkatze und Schillerfalter. Eine Schulklasse wählt diese Motive für ein Glücksrad mit vier gleich großen Sektoren.

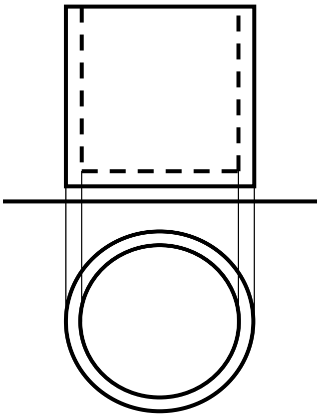


Die Kreisfläche wird aus einem Quadrat herausgeschnitten, dessen Seitenlänge dem Durchmesser des Kreises entspricht.
Berechne den prozentualen Abfall.

e) Vgl. BLF 2012 Wahlaufgabe 2 – 4.

In der Zweitafelprojektion ist ein Pflanzgefäß aus Beton dargestellt.
Der Außendurchmesser und die Außenhöhe des Gefäßes betragen jeweils 50 cm.
Die Stärken der Wand und des Bodens betragen 5 cm.

Die Dichte des Betons beträgt $2{,}4\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{dm}^{-3}$.
Berechne die Masse des Pflanzgefäßes.



f) Vgl. BLF 2012 Wahlaufgabe 1 – 3.

In einer Lostrommel befinden sich 6 Gewinnlose und 14 Nieten.
Aus der Lostrommel werden nacheinander einzeln Lose gezogen.
Berechne die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:

A: = „Das dritte entnommene Los ist das erste Gewinnlos.“

B: = „Unter den ersten drei Losen ist genau ein Gewinnlos.“

Ma (3)
a) Gegeben ist ein Dreieck ABC mit a = 7 cm, b = 5 cm und c = 4 cm.
Beschreibe die Konstruktion des Dreiecks ABC mit Hilfe des Kongruenzsatzes SSS.

b) **Beschreibe** das rechnerische Vorgehen.

$$(1)\quad 5\cdot 2\frac{3}{5}=5\cdot\frac{13}{5}=\frac{65}{5}=13$$

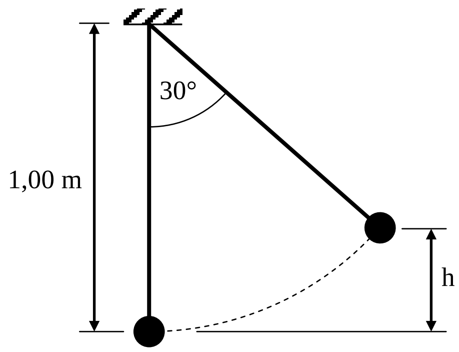
$$(2)\quad 5\cdot 2\frac{3}{5}=5\cdot 2\frac{6}{10}=5\cdot 2{,}6=13$$

$$(3)\quad 5\cdot 2\frac{3}{5}=5\cdot\left(2+\frac{3}{5}\right)=10+\frac{15}{5}=10+3=13$$

c) Gegeben sind die Funktionen f und g durch $f(x)=(2-x)\cdot e^{x}$ und $g(x)=(1-x)\cdot e^{x+1}$ $(x\in R)$.
Beschreibe, wie der Graph von g aus dem Graphen von f hervorgeht.

Ma (4)
a) Gegeben ist ein lineares Gleichungssystem.
(I) y = 2x +1
(II) y = -x + 4
Bestimme die Lösungsmenge.

b) **Ermittle** die Höhe, die das Pendel (siehe Skizze) bei einem Auslenkwinkel von 30° erreicht.



Skizze (nicht maßstäblich)

c) Die Olympischen Sommerspiele fanden 2008 in der chinesischen Hauptstadt Peking statt. Dabei belegten im 100 m-Lauf der Frauen drei Jamaikanerinnen die ersten drei Plätze.
Bestimme die Kenngrößen.

Platz	Name	Nation	Zeit in Sekunden
1	Shelly-Ann Fraser	JAM	10.78
2	Kerron Stewart	JAM	10.98
2	Sherone Simpson	JAM	10.98
4	Lauryn Williams	USA	11.03
5	Muna Lee	USA	11.07
6	Jeanette Kwakye	GBR	11.14
7	Debbie Ferguson	BAH	11.19
8	Torri Edwards	USA	11.20

Nach: http://www.sportal.de/sportal/olympia_2008/ergebnisse/index.html?damher=damen&sportart=leichtathletik&runde=-100m&modus=3

d) Ein Vater erfasst am Jahresende die Körpergrößen seiner sieben Kinder (Größe in cm):

Anna	Frank	Olaf	Ines	Mario	Grit	Marie
150	152	182	104	152	142	112

Ermittle die Kenngrößen.

e) **Ermittle** die Nullstellen der Funktion $f(x) = x^3 + x^2 - 5x + 3$.

f) **Bestimme** den maximalen Definitionsbereich der Funktion $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x}$.

g) Vgl. BLF 2012 Pflichtaufgabe b)

Zwei Punkte auf dem Baumkronenpfad sind 30 m voneinander entfernt und befinden sich in einer Höhe von 20 m. Sie sind durch eine Hängebrücke verbunden, die in der Mitte 1 m durchhängt. Die Form der Hängebrücke kann näherungsweise durch eine Parabel beschrieben werden.

Ermittle eine Gleichung dieser Parabel.

h) Vgl. BLF 2012 Wahlaufgabe 2.a)

Der Graph einer linearen Funktion f verläuft durch die Punkte $P(0;1)$ und $Q(8;0{,}5)$.
Ermittle die Nullstelle dieser Funktion.

i) Vgl. BLF 2012 Wahlaufgabe 1 – 2.b)

Der Graph einer linearen Funktion f verläuft durch die Punkte $P(0;1)$ und $Q(8;0{,}5)$.
Bestimme je eine Gleichung der linearen Funktionen g und h, für die Folgendes gilt:
- Der Graph der Funktion g verläuft parallel zum Graph von f.
- Der Graph der Funktion h schneidet den Graph von f

im Punkt Q rechtwinklig.

Ma (5)
a) Gegeben ist ein Dreieck ABC mit a = 10 cm, b = 8 cm und c = 6 cm.
Weise nach, dass das Dreieck ABC rechtwinklig ist.

b) **Zeige**, dass die folgende Aussage falsch ist:
„Wenn ich die Zahl 6 mit einer beliebigen anderen Zahl multipliziere, dann ist das Produkt immer größer als 6.“

c) Vgl. BLF 2012 Wahlaufgabe 2 – 2.

Zeige, dass für alle reellen Zahlen x mit $x \neq -1$ die Gleichung $\left(10^{x^2-1}\right)^{\frac{1}{x+1}} = 10^{x-1}$ gilt.

Ma (6)
a) Folgende Tabelle zeigt die Entwicklung der Emissionen von künstlichen Feinstaubpartikeln durch ihre einzelnen Verursacher in Deutschland.

Jahr / Verursacher	*1990*	*1994*	*1998*	*2002*
Verbrennungsprozesse	1255	143	40	35
Verkehr	61	59	48	35
Industrieprozesse	431	113	102	95
Schüttgutumschlag	136	59	45	44

(alle Angaben in 1000 Tonnen)

Stelle die Verteilung der Feinstaubemissionen auf die einzelnen Verursacher für das Jahr 2002 in einem geeigneten Diagramm **dar**.

b) Erstelle ein Mindmap zum Thema „Teilbarkeitsregeln“. **Präsentiere** dein Mindmap vor der Klasse.

Ma (7)
a) **Definiere** den Begriff „Primzahl“.

b) **Definiere** den Begriff „Rechteck“.

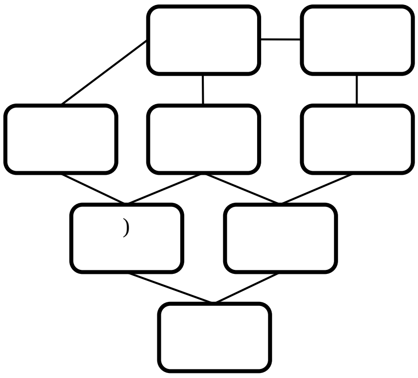
Ma (8)
a) **Erkläre**, dass ein lineares Gleichungssystem mit zwei Variablen eine, keine oder unendlich viele Lösungen haben kann.

b) **Erkläre** den folgenden Zusammenhang zwischen Sinus, Kosinus und Tangens eines Winkels.

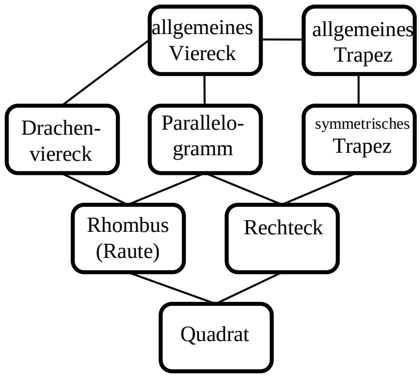
$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

Ma (9)
Ordne die dir bekannten Arten von Vierecken nach ihren Symmetrieeigenschaften in folgende Übersicht **ein**.

„Haus der Vierecke“



Erwartete Dokumentation:



Ma (10)
Miss die Größe deiner Mitschüler. **Gib** diese an.

Ma (11)
a) **Nenne** Eigenschaften einer quadratischen Funktion.

b) **Gib** den Definitionsbereich, den Wertebereich und die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen der folgenden Funktion **an**.

$$f(x) = \sqrt{x+2} - 3$$

c) **Gib** die Koordinaten des lokalen Extrempunktes der Funktion $f(x) = x^2 - 6x + 11$ **an**.

d) **Gib** den maximalen Definitionsbereich der Funktion $f(x) = \ln(x-5)$ **an**.

e) Vgl. BLF 2012 Wahlaufgabe 2 – 1.c)

Gegeben ist die Funktion $f_3(x) = 3 \cdot \sin x$.

(1): Der Graph von f_3 wird um zwei Einheiten in Richtung der positiven y-Achse verschoben.

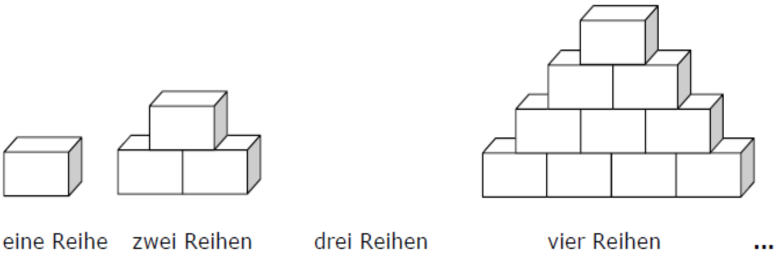
(2): Der Graph von f_3 wird an der x-Achse gespiegelt.

Gib jeweils eine Funktionsgleichung **an**.

f) Vgl. BLF 2012 Wahlaufgabe 2.a)

Der Graph einer linearen Funktion f verläuft durch die Punkte $P(0;1)$ und $Q(8;0{,}5)$.
Gib eine Gleichung der Funktion f an.

Ma (12)
a) Maria baut mehrere Treppen aus Steinen nach einem bestimmten Muster.



Skizziere die fehlende Treppe aus drei Reihen.

b) **Skizziere** das Schräg- und Zweitafelbild eines Körpers, bei dem Grund- und Aufriss gleich aussehen.

Ma (13)
a) **Untersuche**, ob aus den folgenden Stücken ein Dreieck ABC konstruierbar ist.
a = 6,8 cm, b = 4,7 cm, c = 2,0 cm
Stelle deine Überlegungen nachvollziehbar dar.

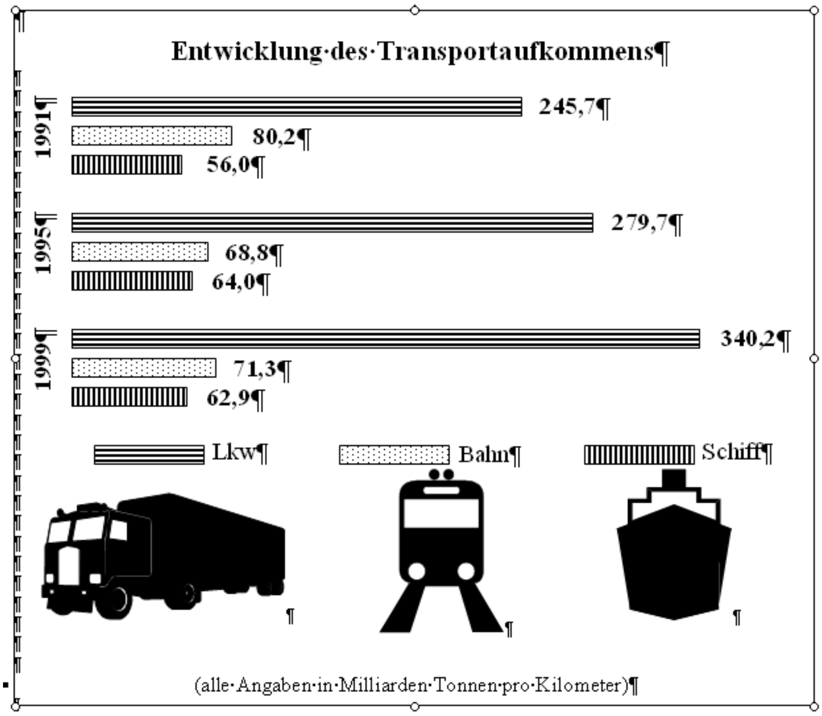
b) Gegeben ist die Funktion f durch $f(x) = \frac{x^2+4}{2x}$.
Untersuche den Graphen von f auf Symmetrie sowie auf Schnittpunkte mit der x-Achse, auf lokale Extrempunkte und auf Wendepunkte.

c) Für jede reelle Zahl k ist eine Funktion f_k mit der Gleichung $f_k(x) = \frac{x^2-2x}{x+k}$ gegeben.
Untersuche die Graphen der Funktionen f_k auf die Anzahl der Nullstellen und der Polstellen in Abhängigkeit von k.

Ma (14)

Die Grafik zeigt die Anteile verschiedener Transportmittel an der Lieferung von Frachten aller Art.

Vergleiche die Anteile des Transportaufkommens durch die drei Transportmittel anhand der Grafik in den angegebenen Jahren.



Quelle: nach VDA/IFO-Institut in AUTO/Straßenverkehr, Heft 23, 08.11.2000

Ma (15)

Zeichne drei Geraden so, dass genau zwei Schnittpunkte entstehen.

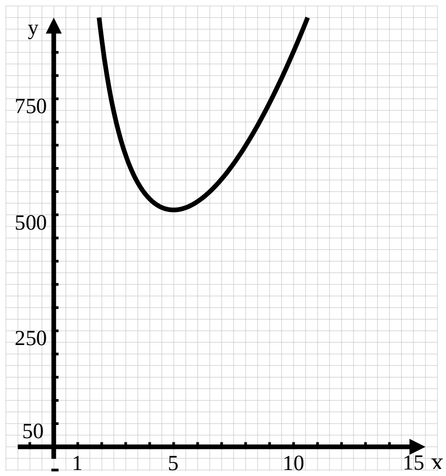
Ma (16)

Lisa hilft ihrem Vater, Dosen verschiedener Größe in ein Regal zu räumen.

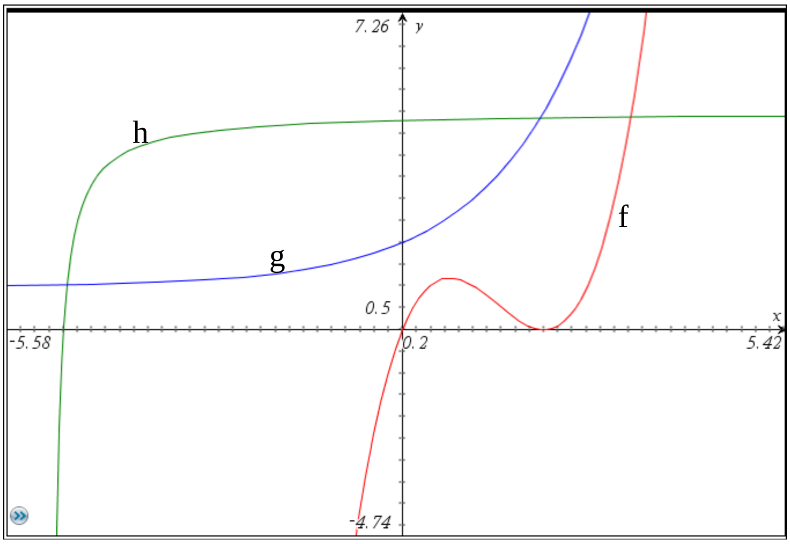
Anschließend überlegt sie: „Das zu verpackende Produkt, die Standfestigkeit, die Stapelbarkeit und die zur Verfügung stehende Fläche zur Beschriftung sind Kriterien für die Abmessungen einer Dose. Am Wichtigsten ist ein geringer Materialverbrauch. ...“

Sie berechnet mit einem Tabellenkalkulationsprogramm Radius und Oberfläche für Dosen mit jeweils 850 ml Volumen mit verschiedenen Höhen.

Interpretiere die von Lisa ermittelten Daten.



Ma (17)



Analysiere anhand der Graphen der Funktionen f, g und h, ob die Werte der ersten und zweiten Ableitungen dieser Funktionen positiv, negativ oder null sind.

Ma (18)
Eva sagt zu Paul: „Die Fläche zwischen Funktion und Abszissenachse von 2 bis 5 ist ganz einfach zu bestimmen. Nur bestimmtes Integral von 2 bis 5.“ Darauf sagt Paul: „Ich denke, das gilt nicht immer so.“
Beurteile die mathematischen Äußerungen an Hand von drei selbst gewählten Beispielen.

Ma (19)
Erläutere den Einfluss der Parameter a, d und e auf die Graphen der Funktionen $g_{a,d,e}(x) = a \cdot f(x+d) + e$ an mindestens zwei Funktionsklassen.

Ma (20)
Würfle 100-mal mit einem Spielwürfel. Ermittle nach jeweils 20 Würfen die Anzahl der gewürfelten „Sechsen“ sowie die relative Häufigkeit für das Auftreten dieser Augenzahl.
Protokolliere deine Ergebnisse.

Ma (21)
Entscheide, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind. Kreuze entsprechend an.

	wahr	falsch
Das Rechteck ist ein Parallelogramm.	☐	☐
Jedes rechtwinklige Dreieck ist gleichschenklig.	☐	☐
Der Quader ist ein Prisma.	☐	☐

Ma (22)
Prüfe, ob der Punkt $P(5;\,5)$ auf dem Graphen der Funktion f mit $f(x) = -2x + 5$ liegt.

Ma (23)
Gegeben ist eine Funktion f durch $f(x) = \frac{1}{15}x^3 - \frac{1}{5}x^2 - \frac{8}{5}x + 3$ mit $x \in R$.

a) **Untersuche** den Graphen von f auf Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, lokale Extrempunkte, Wendepunkte. **Gib** gegebenenfalls deren Koordinaten an.

b) **Skizziere** den Graphen von f im Intervall $-6 \le x \le 8$.

c) Der Graph der Funktion f hat an einer Stelle den kleinsten Anstieg.
Gib diese Stelle an und **begründe** deine Entscheidung.

d) **Bestimme** eine Gleichung der Wendetangente an den Graphen von f.
Ermittle die Anzahl der Tangenten an den Graphen von f, die die Wendetangente senkrecht schneiden.

e) Gegeben ist eine Gerade mit der Gleichung $y = c \quad (c \in R)$.
Gib die Anzahl der Schnittpunkte dieser Geraden mit dem Graphen von f in Abhängigkeit von c an.

f) Der Graph einer linearen Funktion verläuft durch die Punkte R(0; f(0)) und S(4; f(4)).
Ermittle eine Gleichung dieser Funktion.

g) Das von der Gerade $g(x) = -\frac{4}{3}x + 3$ und den Koordinatenachsen eingeschlossene Dreieck rotiert um die x-Achse.
Berechne das Volumen des entstehenden Körpers.

h) Durch die Punkte $M(4;\,0)$, $N(-2;\,0)$ und $P(0;\,3)$ verläuft der Graph einer quadratischen Funktion.
Bestimme eine Gleichung dieser Funktion.
Zeichne den Graphen dieser Funktion ins Koordinatensystem von Aufgabenteil b) ein.

i) Für jede reelle Zahl a ist eine Funktion g_a durch $g_a(x) = f(x) + a$ gegeben.
Beschreibe den Einfluss des Parameters a auf den Verlauf des Graphen von g_a im Vergleich zum Graphen von f.
Gib einen Wert für a so an, dass der Graph von g_a genau eine Nullstelle hat.