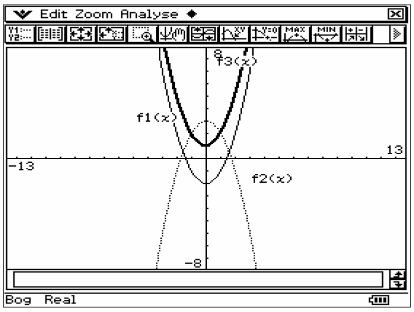
Mathematik (Quadratische Funktionen)

1. Dargestellt sind Graphen quadratischer Funktionen in der Form von verschobenen bzw. gespiegelten Normalparabeln. Bestimmen Sie die zugehörigen Funktionsgleichungen.

a) $f(x) = ax^2 + e$

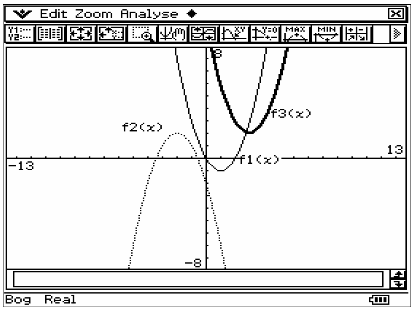


$f_1(x) =$

$f_2(x) =$

$f_3(x) =$

b) $f(x) = a \cdot (x - d)^2 + e$

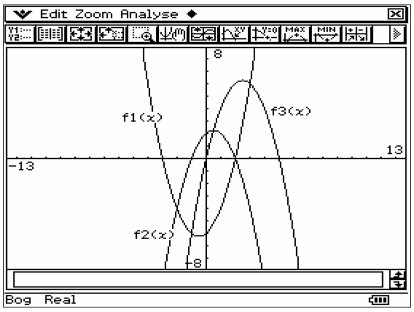


$f_1(x) =$

$f_2(x) =$

$f_3(x) =$

c) $f(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$

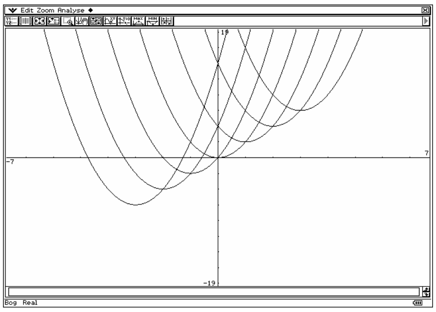


$f_1(x) =$

$f_2(x) =$

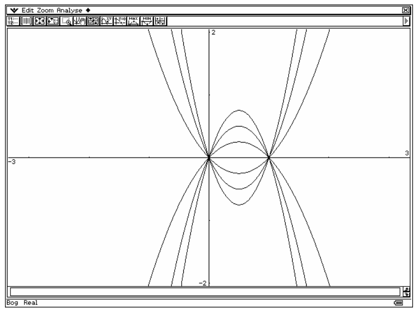
$f_3(x) =$

2. Erzeugen Sie die folgenden Graphen.
   Geben Sie möglichst effektiv die Funktionsgleichungen an.



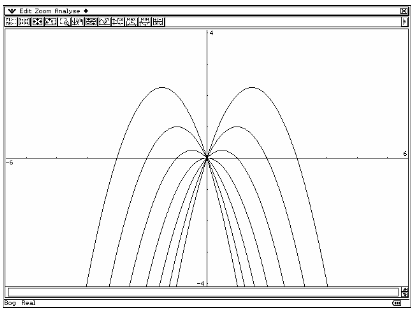
Gleichung:

verschobene Normalparabeln
Scheitelpunkt auf der Geraden $y = x$



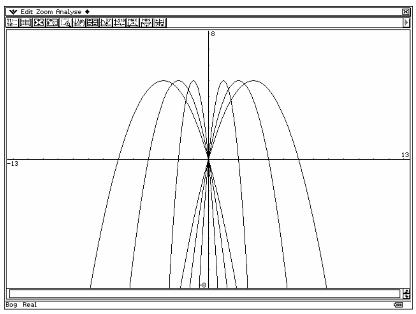
Gleichung:

allgemeine Parabeln
mit Nullstellen 0 und 1



Gleichung:

verschobene und gespiegelte
Normalparabeln mit den
Nullstellen 0 und c



Gleichung:

allgemeine Parabeln mit
Scheitelpunkt mit $y = 5$
und Nullstelle $x_1 = 0$

Gabriele Felsmann, Monika Hädrich, Grit Moschkau,
Birgit Skorsetz, Wolfgang Zschächner / September 2011
Thüringer Institut für Lehrerfortbildung, Lehrplanentwicklung und Medien Bad Berka

Hinweise für Schüler

$y = ax^2 + e$
Der Parameter e bewirkt eine Verschiebung des Graphen der Funktion längs der y-Achse um +e. Für $a = 1$ wird die Normalparabel verschoben. Für $a = -1$ wird die Normalparabel an der x-Achse gespiegelt und dann verschoben. Für $a > 0$ ist die Parabel nach oben geöffnet und für $a < 0$ nach unten. Für $\lvert a \rvert > 1$ ist die Parabel gestreckt und für $0 < \lvert a \rvert < 1$ gestaucht.

$f(x) = a \cdot (x - d)^2 + e$
Der Graph besitzt den Scheitelpunkt $S(d;e)$. Für $a > 0$ ist die Parabel nach oben geöffnet und für $a < 0$ nach unten. Für $\lvert a \rvert > 1$ ist die Parabel gestreckt und für $0 < \lvert a \rvert < 1$ gestaucht. Hinweis: Beachten Sie das negative Vorzeichen in der Gleichung vor d.

$f(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$
Aus der Gleichung können die Nullstellen x_1 und x_2 ermittelt werden. Für $a > 0$ ist die Parabel nach oben geöffnet und für $a < 0$ nach unten. Für $\lvert a \rvert > 1$ ist die Parabel gestreckt und für $0 < \lvert a \rvert < 1$ gestaucht.

Scheitelpunkt auf der Geraden $y = x$
Bestimme die Koordinaten des Scheitelpunktes $S(d;e)$. Nutze die Form $f(x) = a \cdot (x - d)^2 + e$.

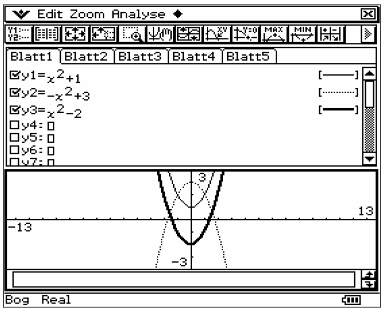
Parabeln mit den Nullstellen $x_1 = 0$ und $x_2 = 1$
Nutze die Form $f(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$. Beachte die Abhängigkeit von der Lage der Nullstellen. Für $a > 0$ ist die Parabel nach oben geöffnet und für $a < 0$ nach unten. Für $\lvert a \rvert > 1$ ist die Parabel gestreckt und für $0 < \lvert a \rvert < 1$ gestaucht.

Parabeln mit den Nullstellen $x_1 = 0$ und $x_2 = c$
Nutze die Form $f(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$. Für $a = -1$ wird die Normalparabel an der x-Achse gespiegelt.

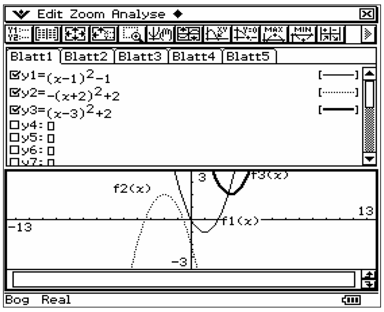
Scheitelpunkte der Parabeln auf der Geraden $y = 5$, Nullstelle bei $x_1 = 0$
Nutze die Form $f(x) = a \cdot (x - d)^2 + e$. Bestimme die Koordinaten des Scheitelpunktes $S(d;e)$. Beachte den Einfluss von a.

1.

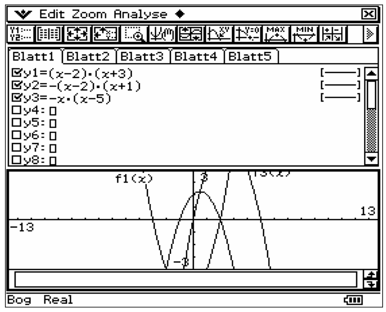
a) $f(x) = ax^2 + e$



b) $f(x) = a \cdot (x-d)^2 + e$



c) $f(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$

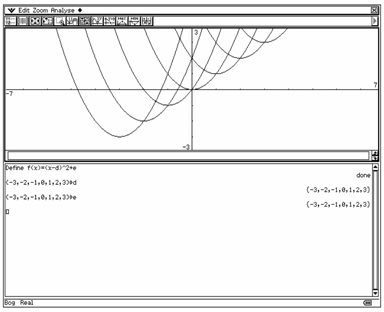


$f_1(x) = x^2 + 1$
$f_2(x) = -x^2 + 3$
$f_3(x) = x^2 - 2$

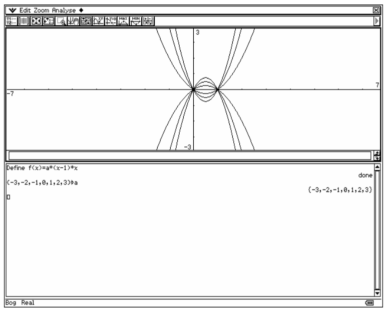
$f_1(x) = (x-1)^2 - 1$
$f_2(x) = -(x+2)^2 + 2$
$f_3(x) = (x-3)^2 + 2$

$f_1(x) = (x-2)(x+3)$
$f_2(x) = -(x-2)(x+1)$
$f_3(x) = -x(x-5)$

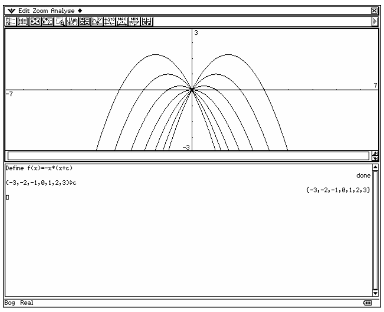
2.



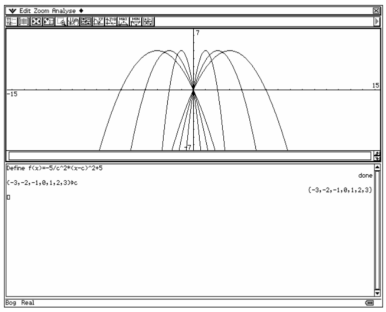
Define f(x)=(x-d)^2+e
{-3,-2,-1,0,1,2,3}⇒d
{-3,-2,-1,0,1,2,3}⇒e



Define f(x)=a*(x-1)*x
{-3,-2,-1,0,1,2,3}⇒a



Define f(x)=-x*(x+c)
{-3,-2,-1,0,1,2,3}⇒c



Define f(x)=-5/c^2*(x-c)^2+5
{-3,-2,-1,0,1,2,3}⇒c

Didaktisch-methodische Hinweise

Die Schüler können Funktionen mit Drag und Drop aus Main heraus veranschaulichen und kennen den Define-Befehl. Die Form einer eActivity ist bekannt, um die Ergebnisse zu dokumentieren.

Sie bestimmen zunächst Funktionsgleichungen zu gegebenen Graphen. Die Ergebnisse können selbstständig durch die Anzeige der Funktionen kontrolliert und ggf. korrigiert werden. Bei auftretenden Problemen kann der Lehrer die Schüler entsprechend durch Hinweise (siehe S. 2) unterstützen. Analog kann auch die Übung in Partner- bzw. Gruppenarbeit erfolgen.
Aufgabe 2 mit höherem Anspruchsniveau kann zur Förderung leistungsstarker Schüler genutzt werden.

Die Form einer eActivity erweist sich als günstig, da die Schüler die Ergebnisse speichern und darauf zurückgreifen können. Es gibt auch die Möglichkeit, die Abhängigkeit von Parametern im Menü Grafik und Tabellen u. a. mit der Dynamischen Grafik zu erarbeiten.
Im Main–Bereich werden die Funktionen mit dem Befehl „define" definiert Die Zuweisung der Werte für a erfolgt über eine Liste.

z. B.: Define f(x)=a*x^2
{-3,-2,-1,0,1,2,3}⇒a

Anschließend öffnet man ein Graphikfenster aus Main heraus, markiert a*x^2 und zieht es über Drag und Drop in die Grafik. Die Funktionen werden gezeichnet.
Um die Eingaben auf ein Minimum zu reduzieren, wurden für die Parameter gleiche Listen gewählt. Durch Kopieren und Einfügen erleichtert man sich die Eingaben.