

Lehrerinformation

Mathematik (CAS – Quadratische Funktionen) - Klassenstufen 9 – 12

Impulsbeispiel zur Lehrplanimplementation

→ Bitte beachten Sie auch die Ausführungen im Einführungsteil für die Impulsbeispiele Mathematik (Klassenstufen 9 – 12, CAS).

1. Übersicht der Materialien

Dateiname	Bezeichnung in der Mediothek
Einfuehrung_CAS_9_12.pdf	Einführung (pdf)
quadr_Fkt_Lehrerinformation.pdf	Lehrerinformation (pdf)
quadr_Fkt_Arbeitsblatt_1.pdf	Arbeitsblatt 1 quadratische Funktionen (pdf)
quadr_Fkt_Loesung_Arbeitsblatt_1.pdf	Lösungshinweise zum Arbeitsblatt 1 (pdf)
quadr_Fkt_Arbeitsblatt_2.pdf	Arbeitsblatt 2 quadratische Funktionen (pdf)
quadr_Fkt_Loesung_Arbeitsblatt_2.pdf	Lösungshinweise zum Arbeitsblatt 2 (pdf)
quadr_Fkt_Arbeitsblatt_3.pdf	Arbeitsblatt 3 quadratische Funktionen (pdf)
quadr_Fkt_Loesung_Arbeitsblatt_3.pdf	Lösungshinweise zum Arbeitsblatt 3 (pdf)
quadr_Fkt_Arbeitsblatt_4.pdf	Arbeitsblatt 4 quadratische Funktionen (pdf)
quadr_Fkt_Loesung_Arbeitsblatt_4.pdf	Lösungshinweise zum Arbeitsblatt 4 (pdf)
quadr_Fkt_Arbeitsblatt_5.pdf	Arbeitsblatt 5 quadratische Funktionen (pdf)
quadr_Fkt_Loesung_Arbeitsblatt_5.pdf	Lösungshinweise zum Arbeitsblatt 5 (pdf)
quadr_Fkt_Arbeitsblatt_6.pdf	Arbeitsblatt 6 quadratische Funktionen (pdf)
quadr_Fkt_Loesung_Arbeitsblatt_6.pdf	Lösungshinweise zum Arbeitsblatt 6 (pdf)

2. Didaktisch-methodische Überlegungen

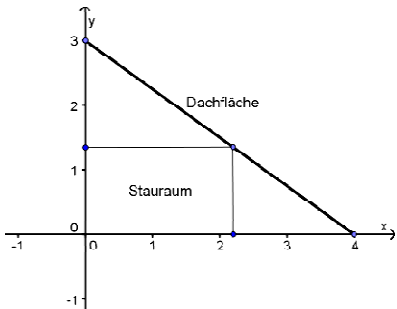
Das vorliegende Material zum Thema „Quadratische Funktionen“ umfasst Beispiele zur Untersuchung der Eigenschaften quadratischer Funktionen und deren Anwendung unter Nutzung von CAS.

Die Erstellung des Materials erfolgte mit dem CASIO ClassPad 330, jedoch sind die Materialien auf andere Systeme übertragbar.

Ziel ist es, exemplarisch Anregungen für einzelne Unterrichtssequenzen zu geben.

Als **Einstieg** in das Thema eignet sich die folgende Aufgabe:

Unter einer Dachfläche mit einer Breite von 4 m und einer Höhe von 3 m soll ein möglichst großer Stauraum mit rechteckiger Querschnittsfläche entstehen.
Ermitteln Sie die Abmessungen des Rechtecks.



Das Diagramm zeigt ein 2D-Koordinatensystem mit der x-Achse von -1 bis 4 und der y-Achse von -1 bis 3. Eine Gerade, beschriftet als 'Dachfläche', verläuft von (0, 3) nach unten rechts bis (4, 0). Ein rechteckiger Bereich, beschriftet als 'Stauraum', ist unterhalb der Dachfläche eingezeichnet. Die rechteckige Fläche hat eine Breite von 2 m (von x=0 bis x=2) und eine Höhe von 1 m (von y=0 bis y=1). Die Ecken des Rechtecks sind mit blauen Punkten markiert.

Im Sinne eines forschend-entdeckenden Lernens lösen die Schüler die Aufgabe für einige selbst gewählte Beispiele. Nach der Zusammenfassung dieser Ergebnisse erfolgen ein Austausch sowie eine Planung über die weitere Vorgehensweise beim Einsatz des ClassPad 330.



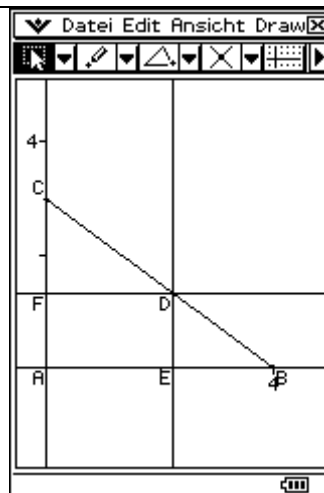
Folgende Vorgehensweise bietet sich an:

Die Dachfläche \overline{BC} ist Hypotenuse im Dreieck ABC.

Der Punkt D auf der Seite \overline{BC} legt ein achsenparalleles Rechteck (Stauraum) fest.

Eine zur x-Achse parallele Gerade schneidet die Seite \overline{AC} im Punkt F.

Eine zur y-Achse parallele Gerade schneidet die Seite \overline{AB} im Punkt E.



Für den Punkt D als Element der Strecke \overline{BC} wird eine Animation hinzugefügt.

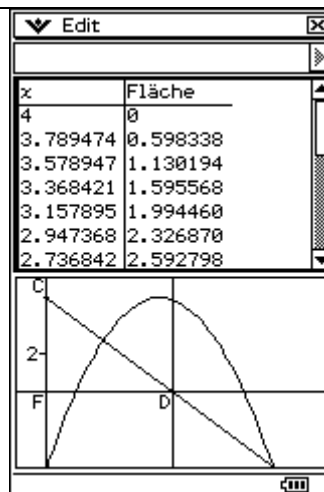
Nach Ablauf der Animation werden die Koordinaten des Punktes D und die Fläche des Rechtecks in einer Tabelle ausgegeben.

Die Abhängigkeit des Flächeninhalts des Rechtecks AEDF von der Lage des Punktes D ist erkennbar.

x	y	Fläche
4	0	0
3.789474	0.157895	0.598338
3.578947	0.315789	1.130194
3.368421	0.473684	1.595568
3.157895	0.631579	1.994460
2.947368	0.789474	2.326870
2.736842	0.947368	2.592798
2.526316	1.105263	2.792241
2.315789	1.263158	2.925200
2.105263	1.421053	2.991667
1.894737	1.578947	2.991667
1.684211	1.736842	2.925200
1.473684	1.894737	2.792241
1.263158	2.052632	2.592798

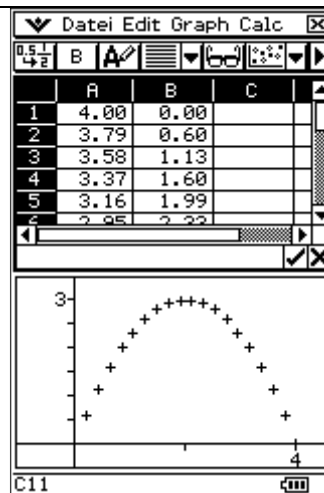
Dieser Zusammenhang lässt sich im Koordinatensystem veranschaulichen. Der Abszisse des Punktes D wird der Flächeninhalt des Rechtecks AEDF zugeordnet.

Der Schüler gelangt zu der Erkenntnis, dass es sich hier um einen neuen Funktionstyp handeln muss.

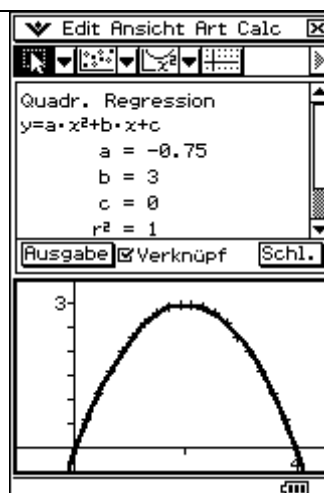


Eine weiterführende Untersuchung ist mit dem Werkzeug Tabellenkalkulation möglich.

Dazu werden die Daten aus dem Menü Geometrie in ein Tabellenblatt kopiert und danach veranschaulicht.



Eine Regression liefert die Gleichung der Funktion. Für weitere Untersuchungen steht der Hauptanwendungsbereich Main zur Verfügung.



Ausgehend von der jeweiligen Darstellungsform (Tabelle, Graph oder Funktionsgleichung) können die anderen Varianten mit den Schülern fragend-entwickelnd erschlossen werden.

Nach Aneignung grundlegender Kompetenzen zu quadratischen Funktionen steht folgendes Material zum differenzierten Arbeiten zur Verfügung.

Aufgaben:

Arbeitsblatt 1	Darstellungsformen, Eigenschaften, Lage, Parameter
Arbeitsblatt 2	Funktionsgraphen quadratischer Funktionen
Arbeitsblatt 3	Anwendungsaufgabe (Brücke): Rekonstruktion von Funktionen
Arbeitsblatt 4	Anwendungsaufgabe: Goldener Schnitt
Arbeitsblatt 5	Abschnittsweise definierte Funktionen (lineare und quadratische)
Arbeitsblatt 6	Einfluss von Parametern

Lehrplanbezüge:

Die Ziele des Kompetenzerwerbs werden aus den Lernbereichen Arithmetik und Funktionen aufgeführt, wobei das Beispiel schwerpunktmäßig den Funktionen zugeordnet wird.

Sachkompetenz (Lehrplan für den Erwerb der allgemeinen Hochschulreife, S. 25)

Der Schüler kann

- ein CAS anwenden, um
 - Terme umzuformen,
 - die Lösungsmenge von Gleichungen, Ungleichungen und Gleichungssystemen zu ermitteln,
 - realitätsnahe Problemstellungen zu bearbeiten.

Methodenkompetenz (Lehrplan für den Erwerb der allgemeinen Hochschulreife, S. 25)

Der Schüler kann

- interaktive Erkundungsmöglichkeiten eines CAS für experimentelles und heuristisches Arbeiten in inner- und außermathematischen Situationen verwenden.

Selbst- und Sozialkompetenz (Lehrplan für den Erwerb der allgemeinen Hochschulreife, S. 26)

Der Schüler kann

- mit Ergebnissen und hinweisen, die das CAS anzeigt, kritisch umgehen und seine Lösungsstrategie ggf. ändern.

Sachkompetenz (Lehrplan für den Erwerb der allgemeinen Hochschulreife, S. 26 f.)

Der Schüler kann

- ...
- inner- und außermathematische Problemstellungen mit Hilfe quadratischer Funktionen beschreiben und lösen,
- ...
- den Zusammenhang der Graphen der Funktionen $f(x - d) + c$ und $a \cdot f(x)$ mit dem Graphen der Funktion $f(x)$ beschreiben
- ...
- die Werkzeuge eines CAS verständlich nutzen, um solche Funktionen graphisch, tabellarisch oder durch eine Funktionsgleichung darzustellen und auf ihre Eigenschaften zu untersuchen,
- ...
- CAS verwenden, um
 - experimentell zu arbeiten,
 - verschiedene Lösungswege zu realisieren und zu vergleichen,
 - das mathematische Modellieren zu unterstützen.

Methodenkompetenz (Lehrplan für den Erwerb der allgemeinen Hochschulreife, S. 27)

Der Schüler kann

- Informationen aus Funktionsgleichungen und Computeranzeigen entnehmen, bearbeiten und interpretieren,
- ein CAS ... sachgemäß einsetzen.



Selbst- und Sozialkompetenz (Lehrplan für den Erwerb der allgemeinen Hochschulreife, S. 27)

Der Schüler kann

- seine Erkenntnisse zu funktionalen Zusammenhängen unter Verwendung der mathematischen Fachsprache in mündlicher und schriftlicher Form nachvollziehbar dokumentieren und präsentieren,
- ein CAS zur Selbstkontrolle nutzen,
- Ergebnisse kritisch hinterfragen.

Erwartungshorizont:

Lösungshinweise 1	Aufgaben und Lösungen zum Arbeitsblatt 1
Lösungshinweise 2	Aufgaben und Lösungen zum Arbeitsblatt 2
Lösungshinweise 3	Aufgaben und Lösungen zum Arbeitsblatt 3
Lösungshinweise 4	Aufgaben und Lösungen zum Arbeitsblatt 4
Lösungshinweise 5	Aufgaben und Lösungen zum Arbeitsblatt 5
Lösungshinweise 6	Aufgaben und Lösungen zum Arbeitsblatt 6

