

Fachtagung am ThILLM
29.10.2019

Individuelle Wege beim Sachrechnen mit dem Reisetagebuch fördern



Renate Rasch, Prof. i. R.
Universität Koblenz-Landau, Campus Landau
r-rasch@uni-landau.de

Zeitlicher Ablauf

- 9:00-12:30 Uhr
 - Vortrag mit Diskussionsteilen
- 13:30 Uhr-15:30 Uhr
 - Workshop

Abschlussrunde und Evaluation

- 1 Sachaufgabentypen
- 2 Sprache und Denken
- 3 Das Format „Reisetagebuch“
- 4 Einbetten des Reisetagebuchs in den Unterricht

1 Sachaufgabentypen

1 Routineaufgaben

Modellieren



Problemlösen

- **Aufgabenbeispiel**

Die 33 Kobolde des Waldes fürchten den Donner. Als das Gewitter kommt, verstecken sich 12 in einer Höhle, die anderen suchen Schutz unter einem großen Stein. Wie viele sind unter dem Stein? (Kl. 2)

- **Begriff, Anforderungen**

- Sachaufgaben, die Grundmodelle des Rechnens widerspiegeln
- Übertragen der Zusammenhänge in Rechenoperationen

2 (Offene) Rechengeschichten

- Aufgabenbeispiel

Es gibt Tiere mit 2, 4, 6 oder mehr Beinen.

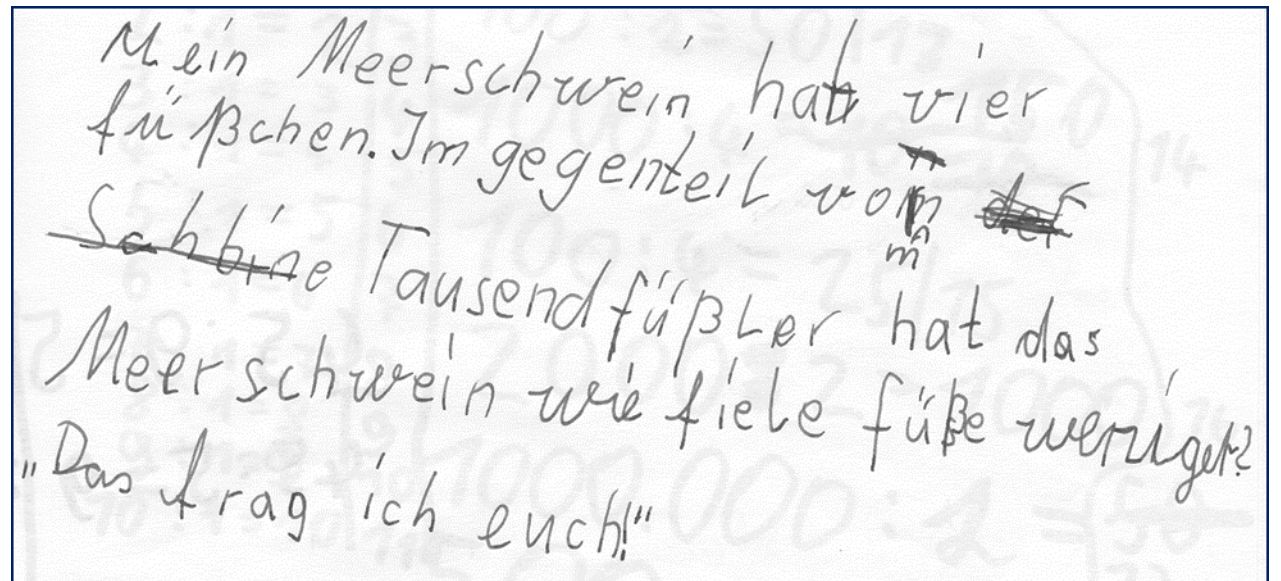
Schreibe eine Rechengeschichte.

Schreibe, zeichne, rechne. (Kl. 2)

Rasch, R. (2007): Offene Aufgaben für individuelles Lernen im Mathematikunterricht der Grundschule 1/2. Seelze: Friedrich Verlag.

- Anforderungen

- Erzeugen von mathematischen Sachzusammenhängen durch die Grundschulkinder



Mein Meerschwein hat vier
füßchen. Im Gegenteil vom ~~der~~
~~Schabe~~ Tausendfüßler hat das
Meerschwein wie viele füße weniger?
"Das frag ich euch!"

3 Problemaufgaben

Modellieren	★
Problemlösen	★ ★ ★

- **Aufgabenbeispiel**

Mama, Papa und Murks fahren mit dem Dampfer. Für Kinder kostet es nur die Hälfte. Sie bezahlen insgesamt 10 Euro.

Wie viel kostet die Karte für einen Erwachsenen und wie viel kostet sie für ein Kind? (Kl. 1)

- **Anforderungen**

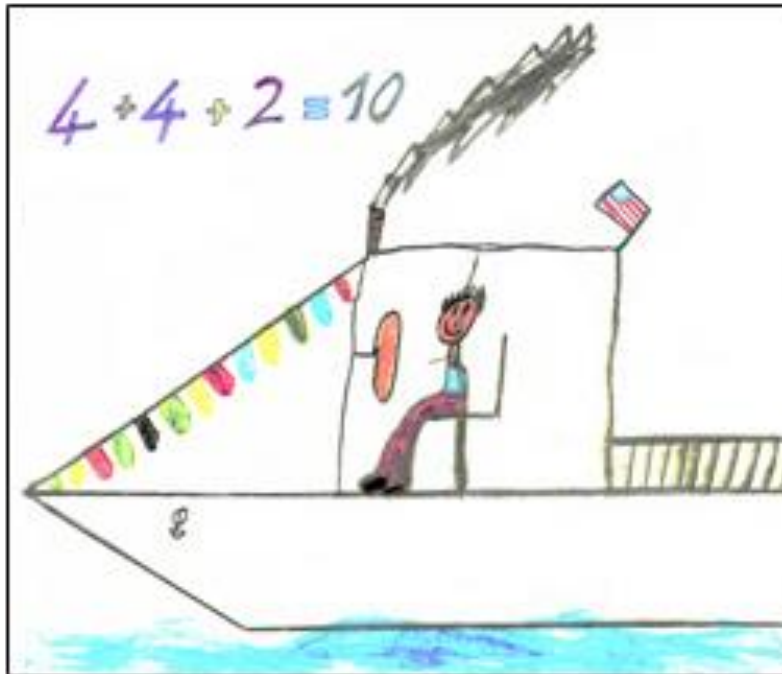
- Anforderungen reichen über die Grundmodelle des Rechnens hinaus
- Die Lösenden geraten an eine Denkbarriere, die überwunden werden muss.
- Dazu muss vorhandenes Lösungswissen weiterentwickelt, teilweise umstrukturiert werden.

Rasch, R. (2003): 42 Denk- und Sachaufgaben. Wie Kinder mathematische Aufgaben lösen und diskutieren. Seelze: Friedrich Verlag.

Rasch, R. (2016): Textaufgaben für Grundschulkinder zum Denken und Knobeln. Mathematische Probleme lösen, Strategien entwickeln. Seelze: Friedrich Verlag.

Mama, Papa und Murks fahren mit dem Dampfer. Für Kinder kostet es nur die Hälfte. Sie bezahlen insgesamt 10 Euro.

Wie viel kostet die Karte für einen Erwachsenen und wie viel kostet sie für ein Kind?



Quelle: 42 Denk- und Sachaufgaben.

- Lea, wie bist du auf deine Lösung gekommen?
- Ich hab' einfach gerechnet und nachgedacht und dann bin ich auf einmal drauf gekommen. Ich habe gedacht, $8 + 2 = 10$ und die Hälfte von 8 ist 4 und auch wieder von 4 die Hälfte ist 2 und weil $8 + 2$ gleich 10 ist, habe ich dann gedacht, es ist das richtige Ergebnis.

4 Authentische Sachaufgaben

- **Aufgabenbeispiel**

Giraffen sind nahezu rund um die Uhr auf den Beinen, um jederzeit die Flucht vor ihren Feinden ergreifen zu können. Mehr als 7min Tiefschlaf am Tag kommen da nicht zusammen.

Wie viel Tiefschlaf hat eine Giraffe in einer Woche ungefähr?

- **Anforderungen**

- greifen Inhalte aus Natur, Sport, Technik, Geschichte usw. auf,
- Zahlen sind authentisch, können nicht ausgetauscht werden.
- Rechnen mit Größen
- Informationen aus Texten aufnehmen
- Fragestellungen zuordnen



Erichson, C.

Geschichten, mit denen man rechnen kann (Heft 1 und 2)

Textbezogenes Sachrechnen für die Grundschule

Ernst Klett Verlag, Stuttgart 2010 und 2012.

Arbeitshefte für das 2./3. und 3./4. Schuljahr, je 48 Seiten DIN A 4.

Je € 9,25. ISBN 978-3-12-011601-1 und 978-3-12-011602-8



Ruwisch, S.; Schaffrath, S.

Wald- und Feldtiere in Zahlen – Kartei Grundschule Mathematik

Mit Sachtexten Größenvorstellungen aufbauen.

Friedrich Verlag, Seelze 2014.

60 Karteikarten mit Sachtexten zu 20 Tieren, 80 Arbeitsblätter auf CD, 60 Vorlagen für Farbfolien auf CD, Lehrerbegleitheft. **25,42 €**, Best.-Nr. 1820012

5 Fermi-Aufgaben

Modellieren

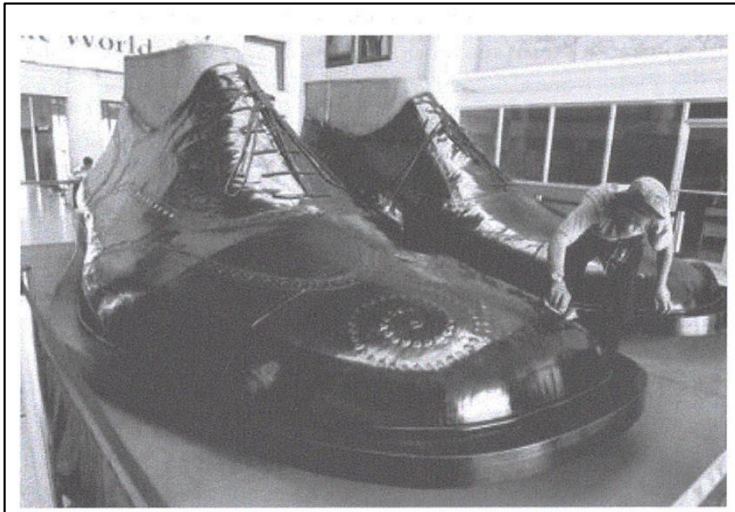


Problemlösen



- **Aufgabenbeispiel**

In einem Sportzentrum auf den Philippinen steht das weltgrößte Paar Schuhe mit einer Breite von 2,37 m und einer Länge von 5,29m. Wie groß wäre der Riesenmensch ungefähr, dem dieses Paar Schuhe passen würde?



- **Anforderungen**

große Lücke zwischen Anfangslage und Ziel;
Unschärfe, Unvollständigkeit bei den Angaben

- Erste Schritte zur Bearbeitung der Fragestellung müssen festgelegt werden.
- Häufig werden Kompetenzen im Schätzen und Umrechnen von Größenangaben benötigt.
- Der Rechenaufwand ist oft hoch (Taschenrechner verwenden).

Ruwisch, S.; Schaffrath, S.

Fragenbox Mathematik

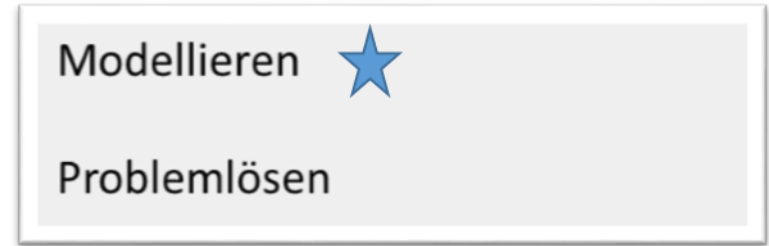
Kann das stimmen?

Ernst Klett Verlag, Stuttgart 2011.

80 Karteikarten, 192-seitiger Lehrerkommentar inkl. CD-ROM, 3. und 4. Klasse. € 31,50. ISBN 978-3-12-011620-2



6 Kapitänsaufgaben



- **Aufgabenbeispiel**

In einer Schulklasse sind 12 Mädchen und 13 Jungen. Wie alt ist die Lehrerin?

Ines und Tim machen eine Fahrradtour. In drei Tagen legen sie 110 km zurück. Wie weit ist jeder von Ihnen gefahren?

- **Anforderungen**

Fehlende Sinnhaftigkeit erkennen und Bearbeitung ablehnen

(evtl.) Aufgabe so umformulieren, dass gerechnet werden kann

2 Sprache und Denken

Die innere und äußere Sprache beim Aufgabenlösen

- Man unterscheidet das innere Sprechen, das das Denken begleitet, in der Regel bruchstückhaft ist und in Sekundenschnelle abläuft, vom äußeren Sprechen (Wygotski, 1993).
- Äußeres Sprechen kann mündlich oder schriftlich erfolgen. Es hat eine ordnende und redigierende Funktion und macht Denkprozesse bewusst.
- Insbesondere durch das Nutzen der Schriftsprache wird die Lösungsbewusstheit erhöht (Lurija, 1982).

Juni, 1. Schuljahr

Klasse 1 (Juli): Max und Jan haben zusammen 10 Sammelbilder. Max hat 4 mehr als Jan. Wie viele hat Max? Wie viele hat Jan?



Prozesse, die zu beobachten sind

- Das Nachdenken ist mit dem inneren Sprechen verbunden.
- Das Übertragen der inneren Sprache in die äußere ist anspruchsvoll. Die Lösungsbewusstheit wird dabei erhöht.
- Handelnde Aktivitäten tragen Denkprozesse nach außen, können diese stützen und sorgen auch für eine höhere Lösungsbewusstheit.

Fallbeispiel Klasse 4

Beim Übertragen der inneren Sprache in die äußere wird die Lösungsbewusstheit erhöht.



Zwei Kinder bauen mit 30 Legosteinen.
Das eine hat 6 mehr als das andere.

Fallbeispiel Klasse 4

30 lego 6mer T T

30

Dung, 9 Jahre

30
15 15
9 21
10 20
11 19
12 18



Zwei Kinder bauen mit 30 Legosteinen.
Das eine hat 6 mehr als das andere.

Prozesse, die zu beobachten sind

- Der Arbeitsspeicher kann durch Notizen entlastet werden.
- Auf der Grundlage von Notizen kann das Denken strukturiert werden.

Schriftliche Lösungssprache bei Textaufgaben

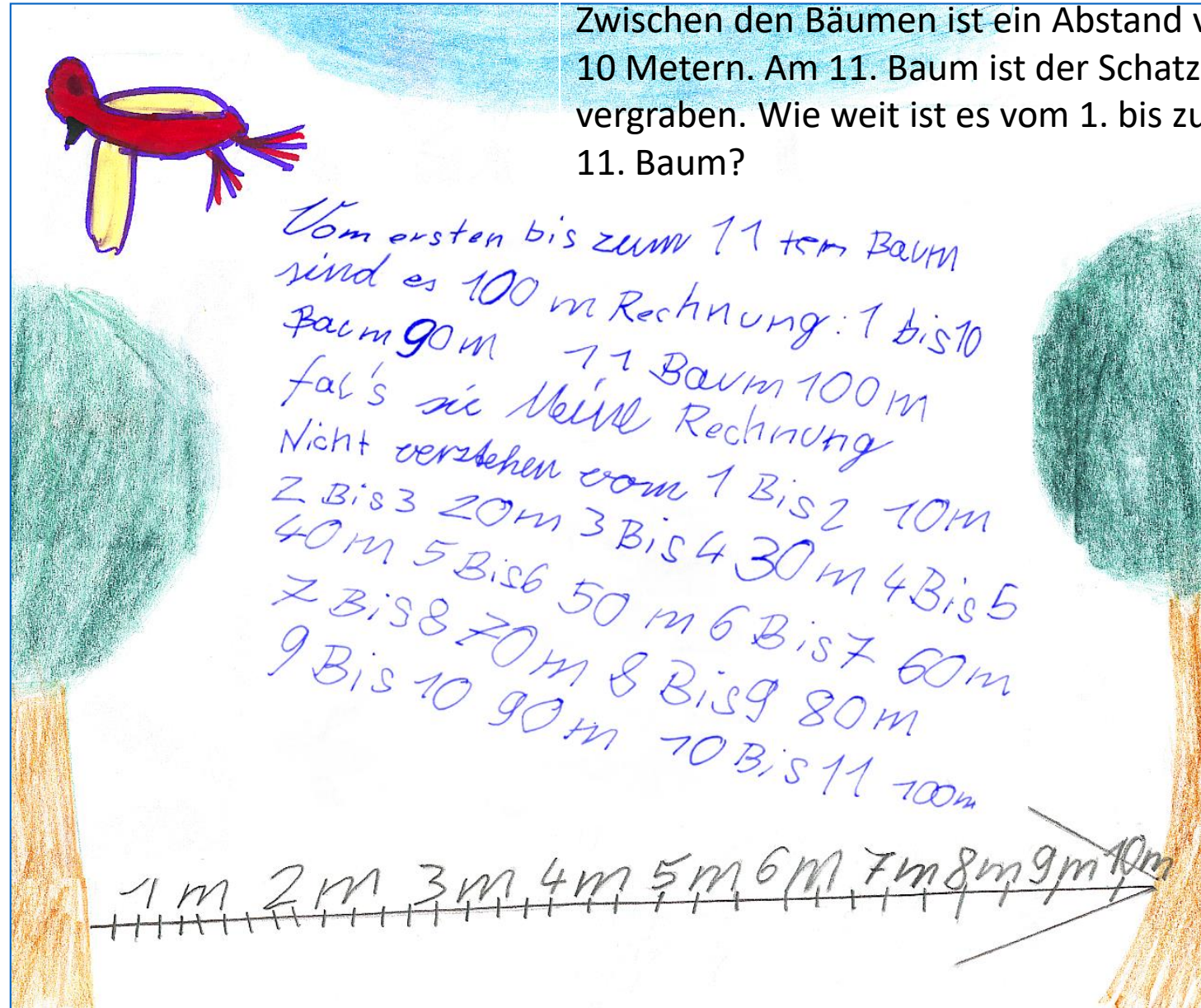
- Rechnungen und Vorstufen
 - Zahlenskizze/Grafik (Zahlen werden in einer bestimmten Art und Weise angeordnet, in der Regel ohne Rechenzeichen)
 - Rechenaufgabe, Term, Gleichung
 - Größenangabe (z. B. die Lösung)
- Tabellen und tabellenartige Darstellungen
- Skizze/Zeichnung
 - Skizze (illustrativ)
 - Skizze (*mit Aufgaben-bzw. Lösungsmerkmalen*)
 - Zählskizze (z. B. Strichliste)
- Text
 - Antwort auf die Frage
 - Lösungsbeschreibung/Lösungsbegründung

s. auch Sturm (2018). Problemhaltige Textaufgaben lösen. Springer. Spektrum

Schülerin,
Kl. 3

... Um den Schatz zu finden, muss man an
11 großen Bäumen vorbeigehen.

Zwischen den Bäumen ist ein Abstand von
10 Metern. Am 11. Baum ist der Schatz
vergraben. Wie weit ist es vom 1. bis zum
11. Baum?



Bedeutung der Schriftsprache

- **Eigenverantwortung**

Beim Schreiben verlangsamen sich Gedanken, nehmen Gestalt an und fordern zur Stellungnahme heraus (Verantwortung für die Gedanken übernehmen).

- **Individualisierung**

Individualisierung bei 25 Schülern in einer Klasse ist eigentlich nur mit dem Aufbau einer schriftlichen Sprachkompetenz (als Medium des Lernens) möglich.

Gallin, P./ Ruf, U., Sprache und Mathematik in der Schule, Zürich 1991.

- **Kommunikation**

Die Kinder schreiben ihren Lösungstext auch für die Lehrerin/den Lehrer, die/der ihn liest und mit Bemerkungen versieht.

Sie schreiben auch für die Mitschüler, wenn die Lösungstexte öffentlich gemacht werden.

Dieses kommunikative Schreiben lässt eine reflexive Haltung entstehen.

Gallin, P., Ruf, U., Sprache und Mathematik in der Schule, Zürich 1991.

TA 7.04.11

Notizen sind nützlich

Die Forscher Yuzuru Tanaka und Klaus Jantke arbeiteten jüngst in Erfurt an einer neuen Technologie

Das hat Seltenheitswert. Ein weltweit angesagter Professor aus Sapporo fliegt auf eigene Kosten zur Abteilung Kindermedien vom einzigen Fraunhofer Institut in Thüringen, denn er will für ein Spitzenprojekt genau diese Zusammenarbeit.

Von Ute Rang

ERFURT. Als der Tsunami kam und die Erde bebte, saß Professor Klaus Jantke an einem Schreibtisch in Sapporo. Dort sitzt er mehrmals im Jahr, was zu seinem wissenschaftlichen Arbeitsleben gehört. Er pflegt regen Austausch mit Professor Yuzuru Tanaka von der Hokkaido University in Sapporo.

Der ist nicht nur Professor in Sapporo, er ist auch Direktor vom National Institut of Informatics, Berater eines Telekommunikationsunternehmens und Chefredakteur des Journal of Information Processing. Kurz gesagt, Tanaka ist ein großer Boss in der japanischen Wissenschaft.

In der deutschlandweit einmaligen Erfurter Meisterklasse für Kindermedien des Fraunhofer Instituts stellte er ein Pro-

jekt vor, dass ihn umtreibt und für das er unbedingt mit diesen Wissenschaftlern zusammenarbeiten will.

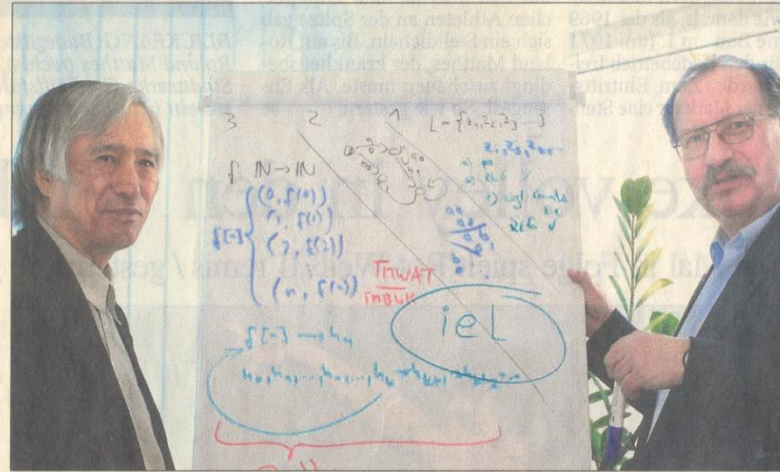
Es geht um Notizen. Umfangreiche Tests haben ergeben, dass Studenten, die sich in Vorlesungen Notizen machen und diese später lesen, sowie Studenten, die sich Notizen machen und diese nicht mehr lesen, deutlich mehr Wissen be-

halten als Studenten, die sich keine Notizen machen.

Daraus ergibt sich für die digitale Medientechnologie die Aufgabe, Verfahren zu entwickeln, mit denen elektronische Medien gemäß ihrer Möglichkeiten als Notizblöcke taugen. Klaus Jantke erklärt das vorstellbar an einem Beispiel: „Wenn man herausfinden möchte, in welcher Reihenfol-

ge verschiedene Zahnräder optimal im Verbund funktionieren, simuliert man das am Computer. Die verschiedenen Varianten muss man dann so auf dem Notizblock ablegen könne, das sie sich bei späterer Ansicht immer noch so bewegen wie in der Simulation.“

Das will erdacht und erprobt sein. Professor Tanaka arbeitet intensiv an der Idee, deren Test



PROFESSOREN DER TAT: Yuzuru Tanaka und Klaus Jantke forschen seit Jahren gemeinsam und sprechen privat natürlich über Japans neue Situation. Foto: privat

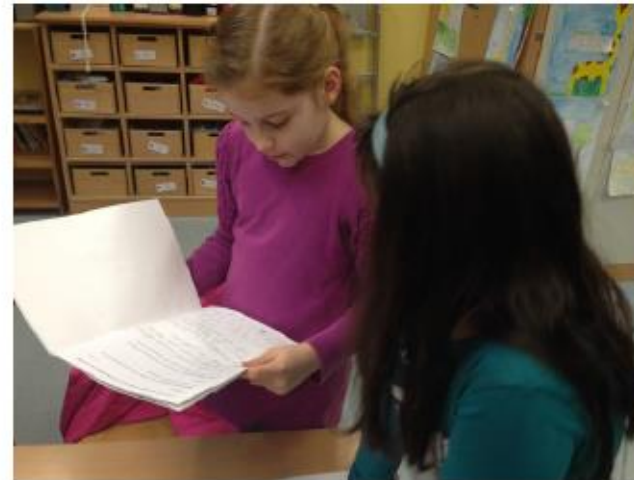
er sich in Erfurt wünscht. Wenn alles funktioniert, werden die Thüringer Erfahrungen dann in Japan umgesetzt. Das hat seinen Grund, den Herr Tanaka freimütig nennt: „In vielen Bereichen der Technologieentwicklung ist Japan Spitze, aber in Lernanwendungen ist Japan gegenüber Thüringen zehn Jahre zurück.“

Am Ende vom täglichen Diskurs sprechen die beiden Wissenschaftler auch privat und dann natürlich über das aktuelle Geschehen in Japan. Sapporo liegt etwa 800 Kilometer nördlich von Fukushima. Doch Yuzuru Tanaka ist beruflich im ganzen Land unterwegs. Er hat einige Kollegen in Tokio, die von den Umständen stark betroffen sind, und kennt das Ausmaß des Unglücks genau.

Der Forscher vertritt dennoch die Meinung, dass Japan bei aller Zerstörung und drohenden Strahlung letztlich gestärkt aus der Situation hervorgehen wird. Er schaut eher kritisch zurück, bedenkt, dass die Menschen womöglich zu unbeschwert gelebt haben. Das Beben mit allen furchtbaren Folgen sieht Yuzuru Tanaka auch als Mahnung der Natur. Er glaubt daran, dass Japan ein neues Land mit anderen Menschen wird.

„Es geht um Notizen. Umfangreiche Tests haben ergeben, dass Studenten, die sich in Vorlesungen Notizen machen und diese später lesen, sowie Studenten, die sich Notizen machen und diese nicht mehr lesen, deutlich mehr Wissen behalten als Studenten, die sich keine Notizen machen.“

3 Das Format „Reisetagebuch“



Spuren legen und Spuren
gemeinsam nachverfolgen

- Die tragende Säule beim Textaufgabenlösen kann das Reisetagebuch sein.

Ein „Zeichnungsheft ohne Linien“
mit dem Namen „Reisetagebuch“
(Journal, Mathematikjournal)
(Gallin, 2010)

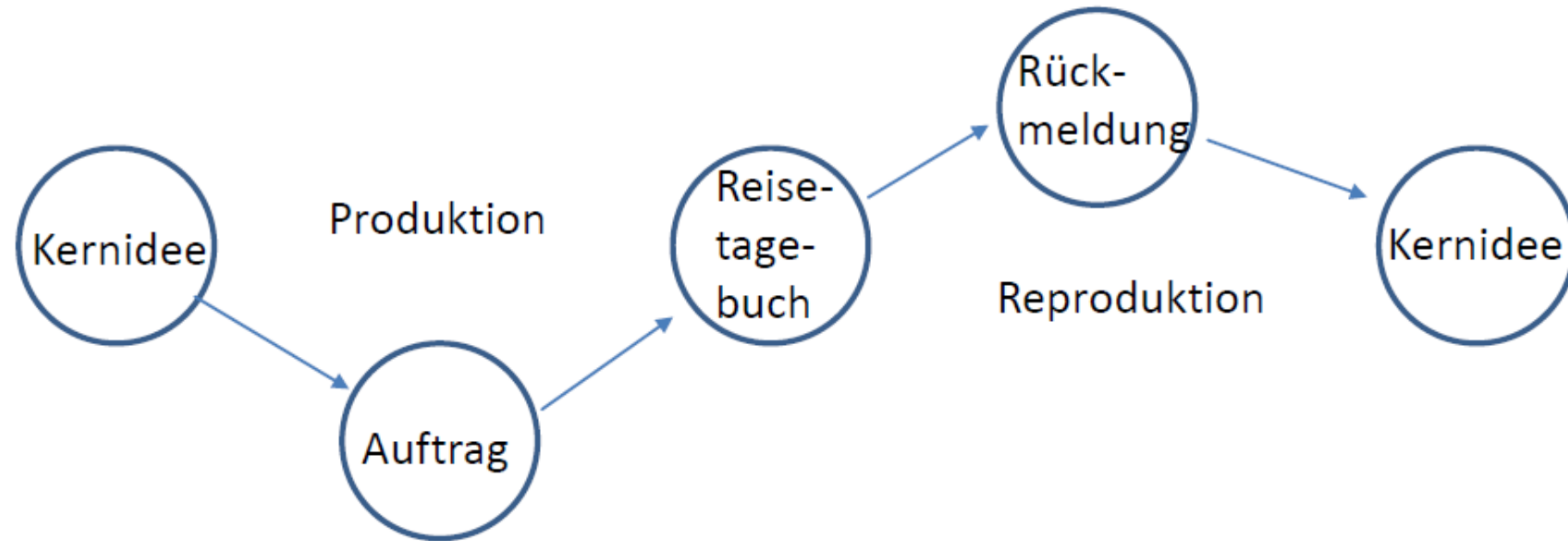
Die Textaufgabe

- freie Bearbeitung
durch die Lernenden

Rückmeldung durch die
Lehrperson

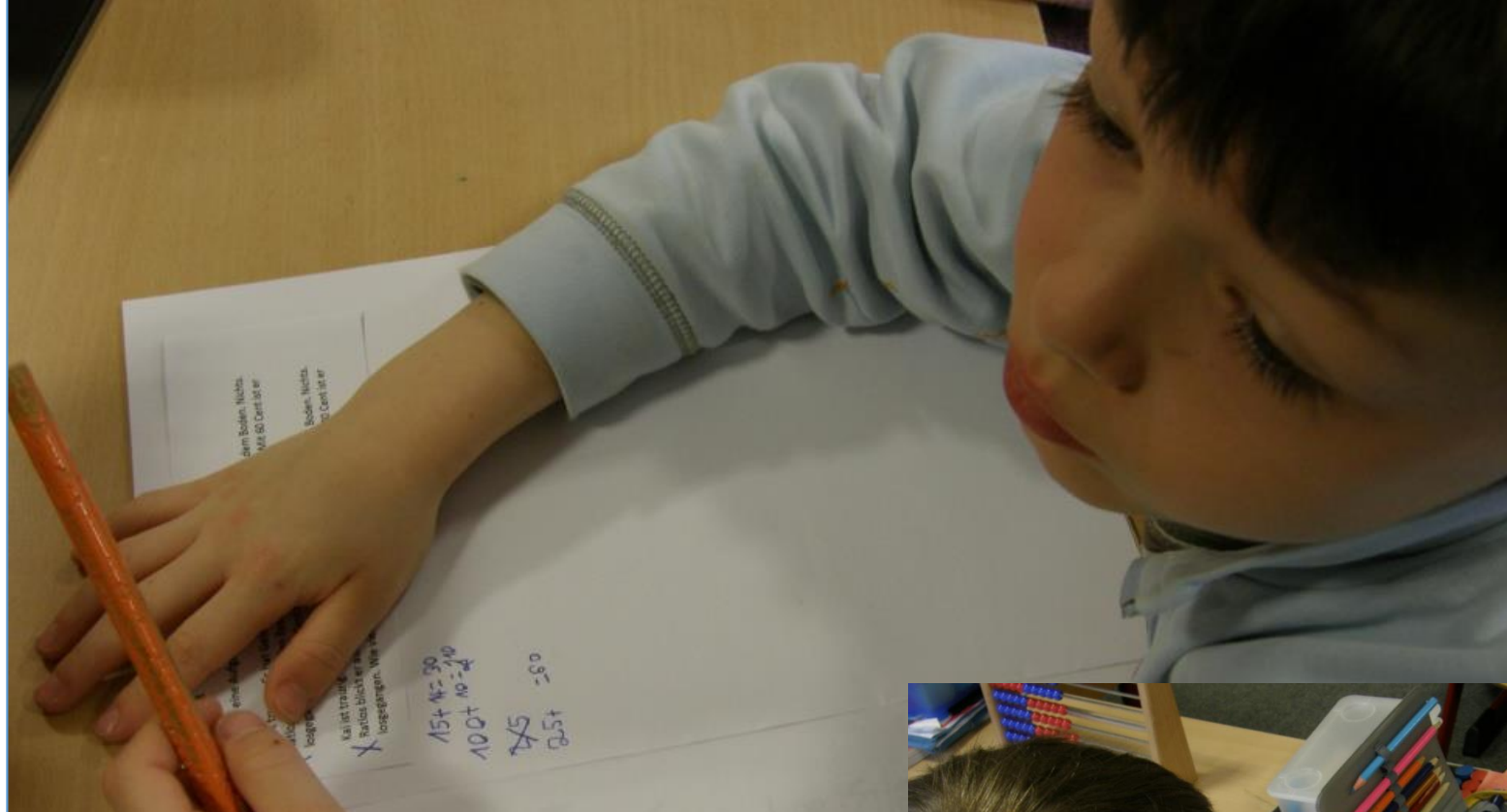
- Das Reisetagebuch gehört zum pädagogisches Konzept „dialogisches Lernen“ nach Ruf & Gallin (1998).
- Ins Zentrum wird der Blick auf das *singuläre Lernen* gestellt (Ruf & Gallin, 1993).
 - singuläres und reguläres Wissen
 - Sprache des Verstehens und Sprache des Verstandenen (Wagenschein, 1980)

Die vier Instrumente des dialogischen Lernens





Das Reisetagebuch repräsentiert einen individuellen Denk- und Arbeitsraum.
(Beispiele März, Kl. 1: Kai ist traurig. Er hat Geld verloren ...)

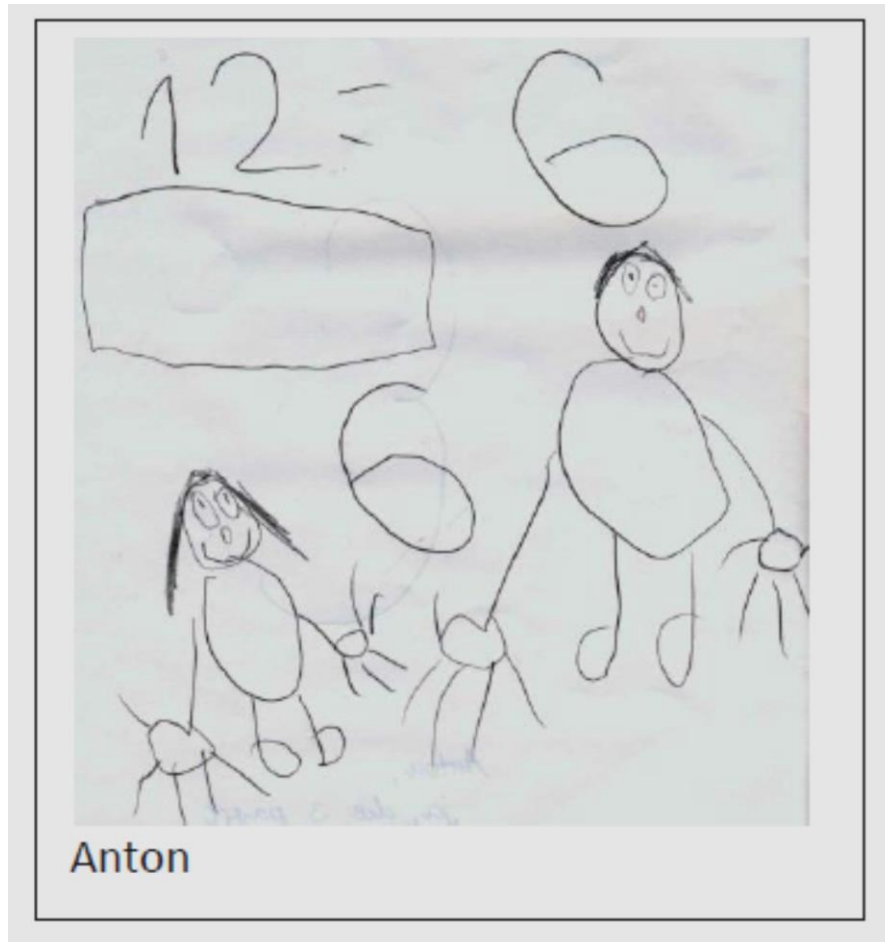


Beispiel
Fortsetzung

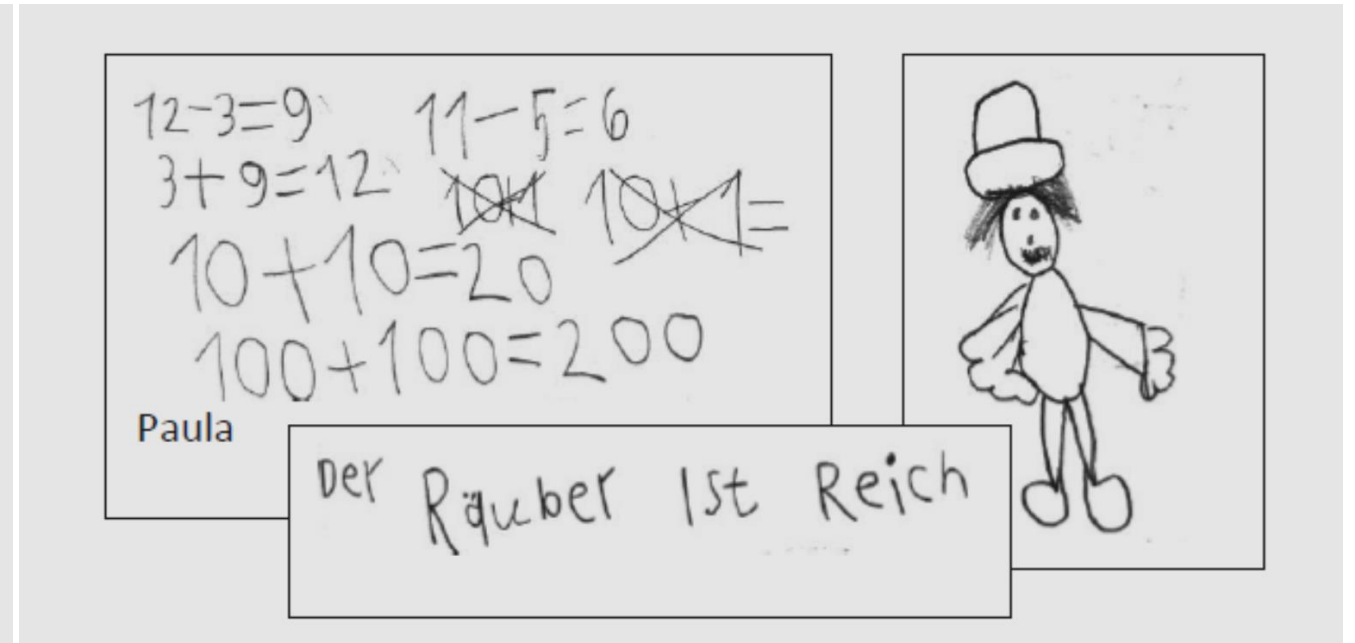
Entwicklung der Einträge

- Je freier das Kind die Bearbeitung wählen kann, desto mehr kann es von seinen Fähigkeiten (zur Mathematisierung) zeigen.

Oktober, Kl. 1

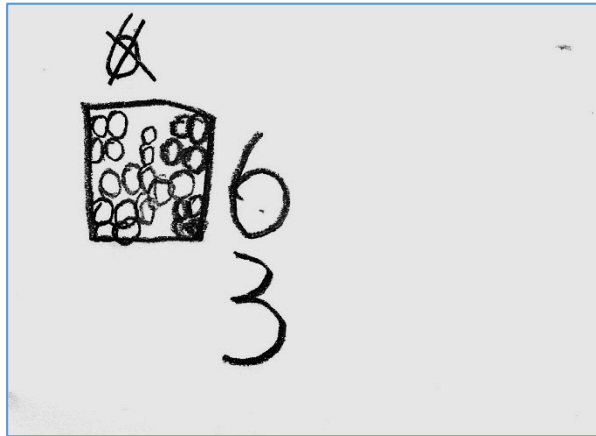


Mai, Kl. 1

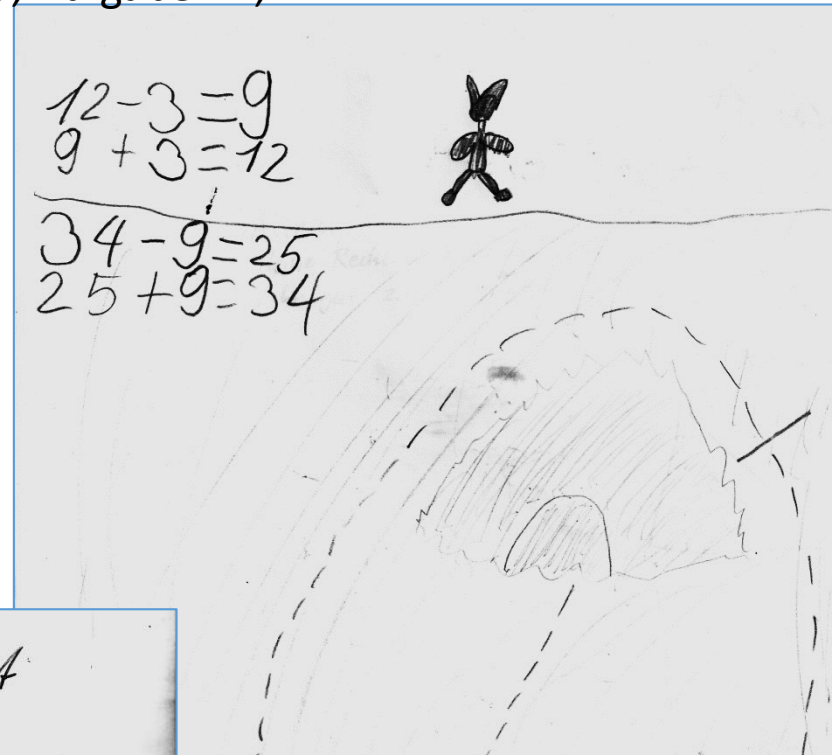


„Bezogen auf die Bearbeitung mathematischer Aufgaben bedeutet schon das Darstellen des Problems in der eigenen äußeren Sprache eine erste Auseinandersetzung mit der Aufgabe, die während des Aufschreibens weiter reflektiert wird.“ (Gallin/Ruf, 2005)

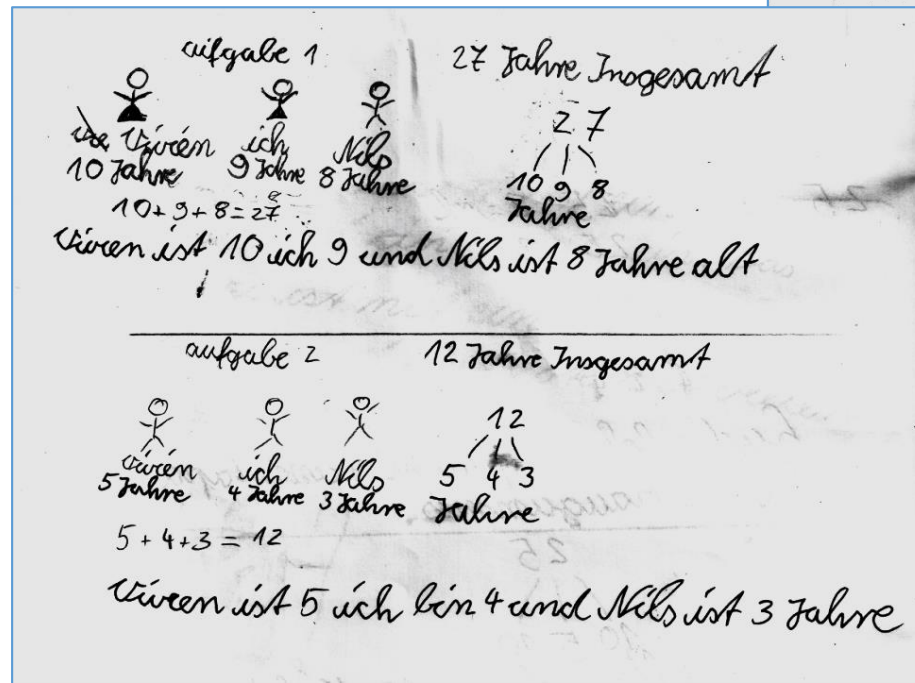
Alina, Aufgabe 4, Kl. 1



Alina, Aufgabe 11, Kl. 1



Alina, Aufgabe 22, Kl. 2



Entwicklung allgemeiner Kompetenzen

- **Darstellen** mathematischer Sachverhalte
- heuristisches Herangehen (**Problemlösen**)

- „Dass diese Dokumentationen nicht nur für die Schreibenden nützlich sind, sondern ihr Potenzial vor allem im Austausch mit anderen entfalten, verleiht diesem Unterrichtsinstrument einen ganz besonderen Stellenwert. Es kann als Herzstück eines dialogisch konzipierten Unterrichts betrachtet werden.“ (Badr/Ruf, 2007, S. 133)

Spuren legen

- Wenn du allein auf Reisen gehst, kannst du dich verirren.
- Das ist nicht so schlimm, wenn du beim Reisen deutliche Spuren legst. (wie bei Hänsel und Gretel im Märchen)
- Deine Spuren im Reisetagebuch zeigen, auf welchen Wegen du das Land der Mathematik erkundet hast.
- So können andere von deinen Erfahrungen lernen.
- Sie können dir aber auch helfen, bequemere Wege einzuschlagen und Ausflüge in schwierige Gebiete zu unternehmen.
- Wir wünschen dir eine gute Reise!

Gallin. P., Dialogisches Lernen. Von einem pädagogischem Konzept zum täglichen Unterricht. In: Grundschulunterricht 57 (2), S. 4-9, 2010.

Für Erwachsene: Was ist ein Reisetagebuch und wie muss man darin lesen?

- „Betrachten Sie das Reisetagebuch als privates Dokument eines persönlichen Lernwegs.
- Erschrecken Sie nicht über Fehler, Irrtümer und Eigenheiten in der Darstellung.
- Orientieren Sie sich an dem, was das Kind kann, und lassen Sie sich nicht irritieren durch das, was noch fehlt.
- Vergessen Sie nicht, wer lernen will, muss Fehler machen dürfen. Darum werden Fehler und Irrtümer im Reisetagebuch weder getilgt noch angeprangert.“

Die Rückmeldung

- Reisetagebücher geben **Lehrenden** die Möglichkeit, die Denkprozesse der Kinder nachzuvollziehen und in ihrer Einzigartigkeit wertzuschätzen.
- Und für die **Lernenden**: Die Schriftsprache bekommt ein Gegenüber – die Lehrperson „antwortet“, indem sie das Besondere in der Leistung des Kindes hervorhebt – die beste Motivation!

Kommentare einer Lehrerin für Songyl in Kl. 1

Songyl,
du hast sehr schön gezeichnet
und die richtige Aufgabe zum
1. Text gefunden.

Songyl, du hast recht-
15 Gäste waren es im
Vorigen Jahr.

Liebe Songyl,
 $12+12$ passt gut zur 24 - schön überlegt.

Liebe Songyl,
in der ersten Reihe hast
du mit den richtigen Zahlen
gerechnet.
Die Aufgabe mit den Kreuzchen
passt gut zur Textaufgabe.

Kommentare der Lehrerin für Songyl Kl. 3

Schön Songyl, du hast 3 Einlaufmöglichkeiten gefunden und jedes Kind ist mal auf dem 1., 2., 3. Platz

Liebe Songyl,
du hast beide Aufgaben
gut gelöst. Mit der zweiten
Antwort bist du durcheinander
gekommen: $5 \cdot 5$ ist 25, dann würde
jeder 5x fahren. Das würde zu viel bei
23 Kindern.

Liebe Songyl, schön, dass du deine Ideen aufgeschrieben hast.
Die 160 zu erreichen - das war tatsächlich knifflig.

4 Einbetten des Reisetagebuchs in den Unterricht

Struktur im Überblick

1 Der neue Aufgabentext

2.1 Erweiterte Orientierung

2.2 Eigenständiges Lösen

3 Austauschen mit
Gleichaltrigen

4 Abschließende Reflexion

„Wer mit dem Lösen beginnen kann, geht zum Platz und arbeitet.
Wer noch über die Aufgabe sprechen möchte, bleibt im Kreis.“ (wenige Minuten)

„Nehmt euer Heft und einen Stift.
Tauscht euch aus. Ergänzt und korrigiert.“

Erweiterte Orientierung mit Schülern, die dies in Anspruch nehmen.

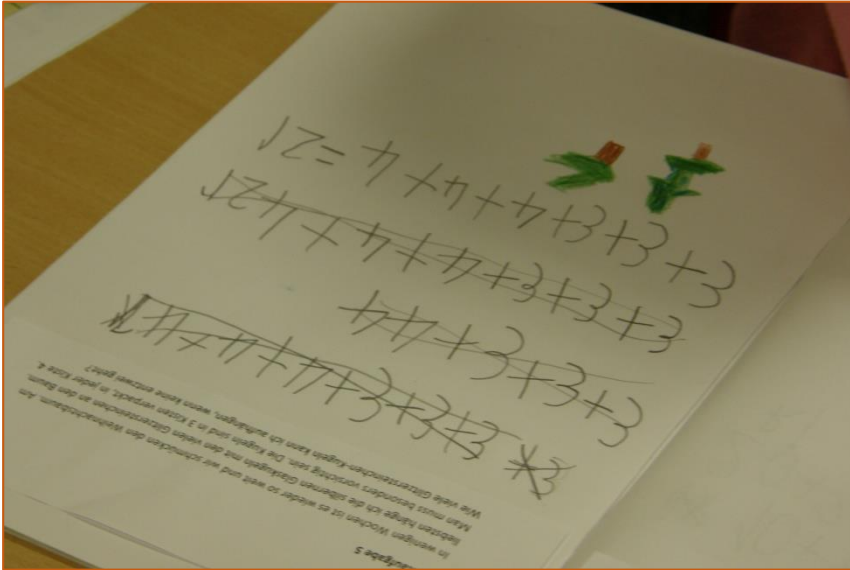
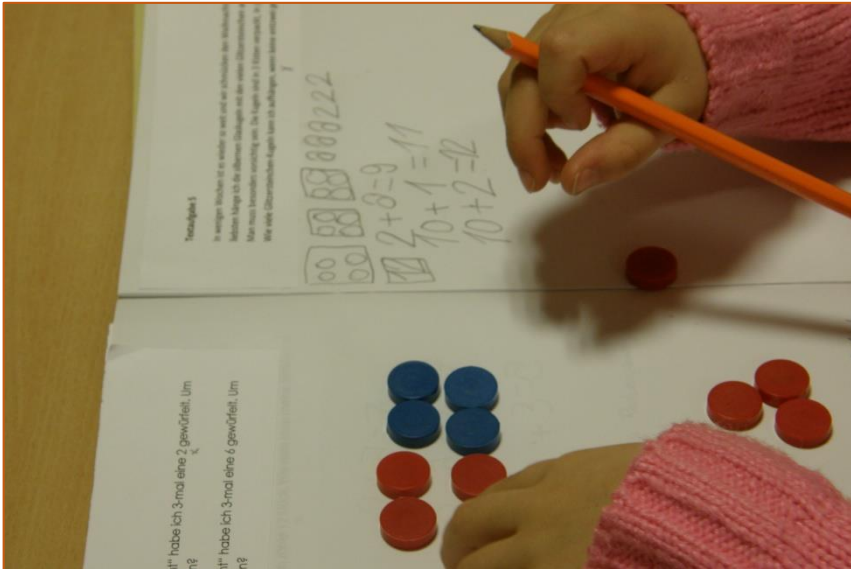


Schüler/-innen, die keine erweiterte Orientierung nutzten.



Eigenständiges Lösen

Lernen, das Denken/Rechnen eigenständig zu stützen - es auf der handelnden, bildhaften und symbolischen Ebene zu begleiten.



Kl. 1 (November)

Situation: 3 Schachteln, in jeder Schachtel 4

Austauschen mit Gleichaltrigen



In der Phase des Austauschs mit Gleichaltrigen können Korrekturen und Ergänzungen vorgenommen werden. (Fotos, Kl. 3)

Fazit

- Inwiefern kann das Reisetagebuch die Entwicklung von Lösungskompetenzen unterstützen?
 - Eigene Denkprozesse können entfaltet werden, eigene Wege gegangen werden
 - Die Kinder werden angeregt, Strukturen zu entwickeln: Wie schreibe ich etwas auf, wie ordne ich meine Gedanken auf dem Papier?
 - Die Schülerinnen und Schüler können in ihrem eigenen Lerntempo arbeiten.
 - Sie werden durch die Offenheit zu weiteren Mathematisierungen angeregt.
 - ...

Quellen

- Benz, Ch., Peter-Koop, A., Grüßing, M. (2015). Frühe mathematische Bildung, S. 77 ff. Berlin: Springer.
- Fritz, A.; Ricken, G. (2009). Grundlagen des Förderkonzepts „Kalkulie“. In Fritz, Ricken, Schmidt (Hrsg.). Handbuch Rechenschwäche, S. 374 ff. Weinheim: Beltz.
- Gallin, P. (2010). Dialogisches Lernen. Von einem pädagogischen Konzept zum täglichen Unterricht. Grundschulunterricht, 57(2), 4-9.
- Galperin, P. J. (1967). Die Lehre von der etappenweisen Ausbildung geistiger Handlungen. In Untersuchungen des Denkens in der sowjetischen Psychologie. Berlin.
- Groß, J. (2013). Analyse von Lösungsprozessen beim Bearbeiten problemhaltiger Textaufgaben durch Grundschulkinder (Dissertation). Universität Koblenz-Landau, Landau.
- Grube, D. (2009). Kognitive Bedingungen der Rechenschwäche. In Fritz, Ricken, Schmidt (Hrsg.). Handbuch Rechenschwäche, S. 181 ff. Weinheim: Beltz.
- Hohn, K. (2012). Gegeben, Gesucht, Lösung? Selbstgenerierte Repräsentationen bei der Bearbeitung problemhaltiger Textaufgaben. (Doctoral thesis, University Koblenz-Landau, Germany). Retrieved from <http://d-nb.info/1028021070/34>
- Krajewski, K. (2002). Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule, S. 242. Hamburg: Kovac.
- Lurija, A. R. (1982). Sprache und Bewußtsein. Studien zur kritischen Psychologie, Bd. 33. Köln: Pahl-Rugenstein.
- Muir, T., Beswick, K. & Williamson, J. (2008): “I’m not good at solving problems”: An exploration of students’ problem solving behaviours. The Journal of Mathematical Behavior, 27, 228-241.
- Polya, G. (1949). Schule des Denkens. Vom Lösen mathematischer Probleme. Tübingen und Basel: Francke.

- Rasch, R. (2001). Zur Arbeit mit problemhaltigen Textaufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule. Hildesheim: Franzbecker.
- Rasch, R. (2003/2008/2014). 42 Denk- und Sachaufgaben. Wie Kinder mathematische Aufgaben lösen und diskutieren. Seelze: Kallmeyer.
- Rasch, R. (2009). Textaufgaben in der Grundschule. Lernvoraussetzungen und Konsequenzen für den Unterricht. *mathematica didactica*, 32, 67-92. Franzbecker: Hildesheim.
- Ruf, U. & Gallin, P. (1993). Sprache und Mathematik aus der Schule. Ein Bericht aus der Praxis. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 14, 1-28.
- Ruf, U. & Gallin, P. (1995). Sprache und Mathematik. Ich mache das so! Wie machst du es? Das machen wir ab. Zürich: Lehrmittelverlag des Kantons Zürich.
- Ruf, U. & Gallin, P. (1998). Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Band 1: Austausch unter Ungleichen. Seelze: Kallmeyer.
- Ruf, U., Keller, S. & Winter, F. (2008). Besser lernen im Dialog. Dialogisches Lernen in der Unterrichtspraxis. Seelze/Stuttgart: Klett, Kallmeyer.
- Sturm, N. (2018). Problemhaltige Textaufgaben lösen. Einfluss eines Repräsentationstrainings auf den Lösungsprozess von Drittklässlern. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Wagenschein, M. (1980). Physikalismus und Sprache. In G. Schäfer & W. Loch (Eds.). *Kommunikative Grundlagen des naturwissenschaftlichen Unterrichts* (pp. 11-37-). Weinheim: Beltz.
- Wartha, S. & Schulz, A. (2012). Rechenproblemen vorbeugen. Berlin: Cornelsen.
- Winter, H. (1992). Zur grundsätzlichen Problematik des Sachrechnens. *Sachunterricht und Mathematikunterricht in der Primarstufe*, 20(8), 350-369.
- Wygotski, L. S. (1993). Denken und Sprechen. Frankfurt: Fischer Taschenbuch.